C • A • O • S

O Efeito Borboleta

Os físicos acham que tudo o que temos de fazer é dizer: estas são as condições, o que acontece em seguida?

— RICHARD P. FEYNMAN

O sol castigava, percorrendo um céu que nunca tinha visto nuvens. Os ventos varriam uma terra tão lisa quanto o vidro. A noite não caía nunca, e o outono nunca dava lugar ao inverno. Nunca chovia. As condições atmosféricas simuladas[1] no novo computador eletrônico de Edward Lorenz variavam de maneira lenta mas segura, atravessando um constante meio de estação seca, como se o mundo se tivesse transformado em Camelot, ou numa versão particularmente amena do sul da Califórnia.

Pela janela, Lorenz via o tempo que realmente fazia do lado de fora, a cerração de princípio de manhã arrastando-se pelo *campus* do Instituto de Tecnologia de Massachusetts, ou as nuvens baixas deslizando sobre os telhados, vindas do Atlântico. Cerração e nuvens nunca surgiam no modelo do seu computador. A máquina, um Royal McBee, era uma floresta de fios e válvulas eletrônicas que ocupava uma parte desajeitadamente grande do escritório de Lorenz, fazia um barulho surpreendente e irritante, e enguiçava quase todas as semanas. Não tinha a velocidade nem a memória necessárias a uma simulação realista da atmosfera e dos oceanos terrestres. Não obstante, Lorenz criou um tempo atmosférico de brinquedo em 1960 que conseguiu fascinar seus colegas. A cada minuto a máquina marcava a passagem de um dia, imprimindo uma série de números numa página. Quem soubesse lê-los, veria um vento predominantemente oeste passar ora para norte, ora para sul, e outra vez para norte. Ciclones digitados giravam lentamente em volta de um globo idea-

lizado. Quando a notícia se espalhou pelo departamento, os outros meteorologistas passaram a se reunir em volta da máquina com alunos de pós-graduação, fazendo apostas sobre como se apresentaria, em seguida, o tempo atmosférico de Lorenz, onde, de alguma forma, nada se repetia.

Lorenz gostava do tempo — o que não é condição necessária a um pesquisador meteorológico. Gostava da sua instabilidade. Apreciava as configurações que se formam e desaparecem na atmosfera, famílias de redemoinhos e ciclones, obedecendo sempre a regras matemáticas, porém nunca se repetindo. Quando olhava para as nuvens, acreditava ver nelas certa estrutura. Outrora, ele tinha receado que estudar a ciência das condições meteorológicas fosse como mexer numa caixa de surpresas com uma chave de parafusos. Agora, ficava imaginando se a ciência seria realmente capaz de desvendar a mágica. O tempo tinha um sabor que não se podia expressar falando de médias. A temperatura máxima do dia em Cambridge, Massachusetts, é em média 25° C em junho. O número de dias chuvosos em Riad, na Arábia Saudita, é em média de 10 por ano. Isso eram estatísticas. A essência estava na maneira pela qual as configurações atmosféricas se modificavam com o passar do tempo, e era isso o que Lorenz conseguia captar com o Royal McBee.

Ele era o deus desse universo de máquina, livre para escolher as leis da natureza que quisesse. Depois de certo número de tentativas e erros que nada tinham de divino, ele escolheu 12. Eram regras numéricas[2] — equações que expressavam as relações entre temperatura e pressão, entre pressão e velocidade do vento. Lorenz compreendeu que estava colocando em prática as leis de Newton, ferramentas adequadas para um deus mecânico que podia criar um mundo e colocá-lo em funcionamento para a eternidade. Graças ao determinismo da lei física, não seriam necessárias novas intervenções. Os que faziam tais modelos tinham como certo que, do presente para o futuro, as leis do movimento proporcionavam uma ponte de certeza matemática. Compreendendo as leis, compreendia-se o universo. Era essa a filosofia por trás da criação de um modelo de tempo atmosférico num computador.

Realmente, se os filósofos do século XVIII imaginassem o seu criador como um não-intervencionista benigno, satisfeito em ficar nos bastidores, poderiam ter imaginado alguém como Lorenz. Ele era um meteorologista estranho. Tinha o rosto marcado de um fazendeiro ianque, com olhos surpreendentes, brilhantes, que lhe davam a aparência de estar rindo mesmo quando não estava. Raramente falava de si, ou do seu trabalho, mas ouvia. Perdia-se, com freqüência, num reino de cálculos ou sonhos que era inacessível aos cole-

gas. Seus amigos mais próximos achavam que Lorenz passava boa parte do tempo num remoto espaço sideral.

Quando menino, fora um apaixonado do tempo, a ponto de manter tabelas bastante exatas das temperaturas máxima e mínima durante o dia, acusadas pelo termômetro do lado de fora da casa dos pais, em West Hartford, Connecticut. Passava, porém, mais tempo dentro de casa, brincando com livros de problemas matemáticos do que olhando o termômetro. Por vezes, resolvia os problemas junto com o pai. Certa vez os dois depararam com um problema particularmente difícil que se revelou insolúvel. Isso era aceitável, disse-lhe o pai: sempre se pode resolver um problema provando que não há solução. Lorenz gostou disso, como sempre gostava da pureza da matemática,[3] e quando se formou no Dartmouth College, em 1938, achava que a matemática era a sua vocação. As circunstâncias interferiram, porém, sob a forma da Segunda Guerra Mundial, que o levou a trabalhar como meteorologista para a Força Aérea. Depois da guerra, Lorenz resolveu continuar na meteorologia, investigando-lhe a teoria, dando um pouco mais de destaque à matemática. Adquiriu renome publicando trabalhos sobre problemas ortodoxos, como a circulação geral da atmosfera. Enquanto isso, continuava a pensar na previsão do tempo.

Para a maioria dos meteorologistas sérios, a previsão não chegava a ser uma ciência. Era uma coisa mais instintiva ou prática, feita por técnicos que precisavam de certa capacidade intuitiva para ler o tempo do dia seguinte nos instrumentos e nas nuvens. Era uma adivinhação. Em centros como o M.I.T., a meteorologia preferia os problemas que tinham soluções. Lorenz compreendeu melhor do que ninguém a confusão que havia na previsão do tempo, da qual tinha experiência direta, trabalhando para pilotos militares. Continuava, porém, interessado no problema — um interesse matemático.

Não só os meteorologistas desprezavam a previsão, como também, na década de 60, praticamente todos os cientistas sérios desconfiavam dos computadores. Aquelas calculadoras incrementadas não pareciam instrumentos para a ciência teórica. Por isso, os modelos meteorológicos numéricos eram uma espécie de problema bastardo. Seu momento, porém, tinha chegado. A previsão do tempo esperava há dois séculos por uma máquina que pudesse repetir milhares de cálculos, muitas vezes pela força bruta. Só um computador poderia explorar a promessa newtoniana de que o mundo se desdobrava de maneira determinista, tão governado por leis quanto os planetas, tão previsível quanto os eclipses e as marés. Teoricamente, o computador permitia aos meteorologistas fazer aquilo que os astrônomos vinham fazendo com lápis e régua de cálculo: prever o futuro do universo a partir de suas condições iniciais, e as

leis físicas que guiam a sua evolução. As equações que descreviam o movimento do ar e da água eram tão bem conhecidas quanto as que descreviam o movimento dos planetas. Os astrônomos não alcançaram a perfeição, e nunca a alcançarão, não num sistema solar às voltas com as gravidades de nove planetas, dezenas de luas e milhares de asteróides, mas os cálculos dos movimentos planetários eram tão precisos que as pessoas se esqueciam de que eram previsões. Quando um astrônomo dizia: "O cometa Halley voltará por aqui dentro de 76 anos", isso parecia um fato, e não uma profecia. A previsão numérica determinista calculava rotas precisas para naves espaciais e mísseis. Por que não para os ventos e as nuvens?

O tempo era muitíssimo mais complicado, mas era governado pelas mesmas leis. Talvez um computador suficientemente potente pudesse constituir-se na inteligência suprema imaginada por Laplace, o filósofo matemático do século XVIII que, mais do que ninguém, foi atacado pela febre newtoniana: "Essa inteligência", escreveu ele, "abarcaria[4] na mesma fórmula os movimentos dos maiores corpos do universo e os do menor átomo; para ela, nada seria incerto, e o futuro, como o passado, estaria presente aos seus olhos." Nestes dias da relatividade de Einstein e da indeterminação de Heisenberg, Laplace chega quase a parecer ridículo em seu otimismo, mas grande parte da ciência moderna vem perseguindo o seu sonho. Implicitamente, a missão de muitos cientistas do século XX — biólogos, neurologistas, economistas — tem sido decompor o universo em seus átomos mais simples, que obedeçam a regras científicas. Em todas essas ciências, uma espécie de determinismo newtoniano tem influído. Os pais da computação moderna tiveram sempre Laplace em mente, e a história do computador e a história da previsão do tempo estiveram ligadas desde que John von Neumann inventou suas primeiras máquinas no Instituto de Estudos Avançados, em Princeton, Nova Jersey, na década de 50. Von Neumann reconhecia que a criação de um modelo de previsão do tempo podia ser a tarefa ideal do computador.

Havia sempre uma pequena ressalva, tão pequena que os cientistas práticos em geral se esqueciam da sua presença ali, num canto de suas filosofias, como uma conta a ser paga. As mensurações nunca podiam ser perfeitas. Os cientistas que marchavam sob a bandeira de Newton na realidade agitavam também uma outra bandeira, que dizia algo mais ou menos assim: Dado um conhecimento *aproximado* das condições iniciais de um sistema e um entendimento da lei natural, pode-se calcular o comportamento *aproximado* desse sistema. Tal suposição estava no coração filosófico da ciência. Como um teórico gostava de dizer aos seus alunos: "A idéia básica da ciência ocidental é que não temos de levar em conta a que-

da de uma folha em algum planeta de outra galáxia quando estamos tentando explicar o movimento de uma bola de bilhar numa mesa de bilhar, na terra. Influências muito pequenas podem ser postas de lado. Há uma convergência na maneira pela qual as coisas funcionam, e influências arbitrariamente pequenas não crescem a ponto de ter efeitos arbitrariamente grandes."[5] Classicamente, a crença na aproximação e na convergência estava bem justificada. Funcionava. Um pequeno erro na fixação da posição do cometa Halley em 1910 provocaria apenas um pequeno erro na previsão de sua chegada em 1986, e o erro continuaria sendo pequeno por milhões de anos futuros. Os computadores baseiam-se na mesma suposição, ao guiarem naves espaciais: um insumo aproximadamente exato dá um resultado aproximadamente exato. As previsões econômicas baseiam-se nessa suposição, embora seu sucesso seja menos evidente. E o mesmo fizeram os pioneiros na previsão global do tempo.

Com o seu computador primitivo, Lorenz tinha reduzido o tempo atmosférico aos elementos essenciais. Não obstante, linha por linha, os ventos e as temperaturas dos resultados impressos pelo seu computador pareciam comportar-se de uma maneira terrena reconhecível. Eles correspondiam à sua querida intuição sobre o tempo, sua sensação de que ele se repetia, revelando padrões conhecidos, a pressão aumentando e caindo, as correntes de ar oscilando entre norte e sul. Descobriu que quando uma linha passava do alto para baixo sem um salto, ocorreria em seguida um salto duplo, e disse: "É esse o tipo de regra que um meteorologista pode usar."[6] Mas as repetições nunca eram perfeitamente iguais. Havia um padrão, com alterações. Uma desordem ordenada.

Para tornar evidentes os padrões, Lorenz criou um tipo de gráfico primitivo. Em lugar de imprimir as séries habituais de dígitos, fazia a máquina imprimir certo número de espaços em branco, seguidos da letra *a*. Tomava uma variável — talvez a direção da corrente de ar. Gradualmente, os "as" deslizavam pelo rolo de papel, oscilando de um lado para outro numa linha ondulada, formando uma longa série de morros e vales que representavam a maneira pela qual o vento oeste oscilaria para norte e sul, através do continente. A ordem que havia nisso, os ciclos identificáveis repetindo-se sem nunca ser precisamente iguais duas vezes, tinham um fascínio hipnótico. O sistema parecia estar revelando, lentamente, os seus segredos aos olhos do meteorologista.

Certo dia, no inverno de 1961, querendo examinar mais detalhadamente uma seqüência, Lorenz tomou um atalho. Em lugar de refazer toda a seqüência, começou pelo meio. Para dar à máquina suas condições iniciais, digitou os números diretamente da impressão anterior. Depois deu uma volta pelo corredor, para fugir do ba-

rulho e tomar um café. Ao voltar, uma hora depois, viu algo inesperado, algo que plantou a semente de uma nova ciência.

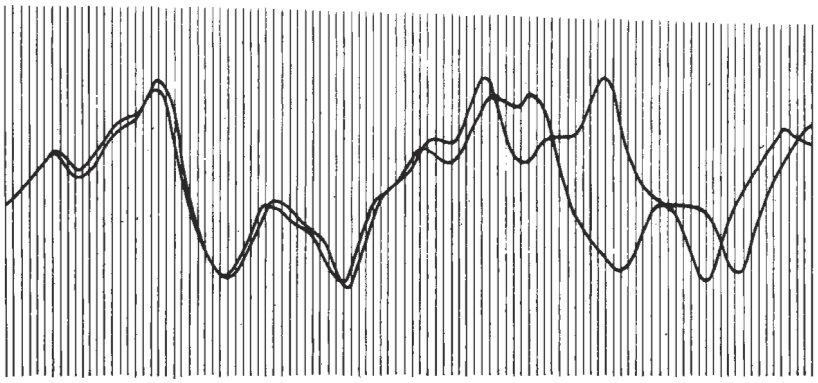
Essa nova seqüência deveria ter sido uma repetição exata da anterior. Lorenz tinha copiado os números na máquina, pessoalmente. O programa não fora modificado. Não obstante, ao olhar para a nova impressão, Lorenz viu seu tempo divergindo tão rapidamente do padrão da última seqüência que, em poucos meses, toda a semelhança desaparecera. Olhou para uma série de números, depois novamente para a outra. Bem poderia ter escolhido, aleatoriamente, tirando de um chapéu, duas condições meteorológicas. Seu primeiro pensamento foi que uma válvula eletrônica tivesse queimado.

De repente, percebeu a verdade.[7] Não havia enguiço. O problema estava nos números que tinha digitado. Na memória do computador, seis casas decimais estavam armazenadas: 0,506127. Na impressão, para poupar espaço, apenas três apareciam: 0,506. Lorenz tinha colocado na máquina números mais curtos, arredondados, supondo que a diferença — um para mil — não tinha importância.

Era uma suposição sensata. Se um satélite atmosférico pudesse ler a temperatura dos mares com uma variação de um para mil, seus operadores podiam considerar-se felizes. O Royal McBee de Lorenz estava implementando o programa clássico. Usou um sistema de equações puramente determinista. Dado um determinado ponto de partida, as condições meteorológicas se desenvolveriam exatamente da mesma maneira, a cada vez. Dado um ponto de partida ligeiramente diferente, o tempo se desdobraria de uma maneira ligeiramente diferente. Um pequeno erro numérico era como uma pequena brisa passageira — sem dúvida as pequenas brisas desapareciam ou se neutralizavam mutuamente antes que pudessem alterar aspectos importantes, em grande escala, do tempo. Mas, no sistema específico de equações de Lorenz, os pequenos erros mostravam-se catastróficos.[8]

Resolveu examinar mais atentamente a maneira pela qual duas seqüências de tempo quase idênticas se distinguiam. Copiou uma das linhas onduladas numa transparência e a colocou sobre a outra, para ver como divergiam. Primeiro, duas curvas ascendentes equivaliam-se, detalhe por detalhe. Depois, uma linha começava a ficar ligeiramente para trás. Quando as duas seqüências chegavam à curva ascendente seguinte, elas estavam claramente defasadas. Na terceira ou quarta curva ascendente, toda semelhança tinha desaparecido.

Era apenas uma falha de um computador desajeitado. Lorenz poderia ter suposto que havia alguma coisa errada com aquela máquina, ou com aquele modelo — provavelmente *devia* ter suposto.



COMO DOIS PADRÕES DE TEMPO DIVERGEM — Partindo quase do mesmo ponto, Edward Lorenz viu seu computador de previsão do tempo produzir padrões que se distanciavam cada vez mais, até que toda semelhança desaparecesse. (Das saídas impressas de Lorenz, de 1961).

Não era como se ele tivesse misturado sódio com cloro e conseguido ouro. Mas, com sua intuição matemática que os colegas só começariam a compreender mais tarde, Lorenz teve um sobressalto: alguma coisa estava errada, do ponto de vista filosófico. As conseqüências práticas disso podiam ser tremendas. Embora suas equações fossem paródias grosseiras das condições meteorológicas na terra, tinha a convicção de que encerravam a essência da atmosfera real. Naquele primeiro dia,[9] ele achou que a previsão do tempo a longo prazo estava condenada.

"Certamente, de qualquer modo não vínhamos tendo muito sucesso nisso, e agora tínhamos a desculpa", disse ele.[10] "Creio que uma das razões pelas quais as pessoas achavam ser possível prever o tempo com tanta antecedência é a existência de fenômenos físicos reais para os quais se podem fazer excelentes previsões, como os eclipses (nos quais as dinâmicas do sol, da lua e da terra são bastante complicadas) e como as marés oceânicas. Nunca pensei nas tábuas de marés como previsões — para mim, eram fatos consumados —, mas é claro que são previsões. As marés são na realidade tão complicadas quanto a atmosfera. Ambas têm componentes periódicos — pode-se prever que o próximo verão será mais quente do que este inverno. Com o tempo, porém, tomamos a atitude de que já sabemos *disso*. Com as marés, o que nos interessa é a parte previsível, e a parte imprevisível é pequena, a menos que haja uma tempestade.

"As pessoas comuns, vendo que podemos prever as marés com alguns meses de antecedência, perguntam por que não podemos fazer o mesmo com a atmosfera, trata-se apenas de um sistema de fluidos diferentes, as leis são quase igualmente complicadas. Mas compreendi que *qualquer* sistema físico que se comportasse de maneira não-periódica seria imprevisível."

As décadas de 50 e 60 foram anos de um otimismo pouco realista[11] em relação à previsão do tempo. Jornais e revistas estavam esperançosos com a ciência meteorológica, não apenas com a previsão, mas com a modificação e o controle do tempo. Duas tecnologias amadureciam ao mesmo tempo, o computador digital e o satélite espacial. Um programa internacional estava sendo preparado para a utilização de ambas, o Programa de Pesquisa da Atmosfera Global. Tinha-se a idéia de que a sociedade humana iria libertar-se da desordem meteorológica e dominá-la, em lugar de ser sua vítima. Cúpulas geodésicas cobririam os milharais. Aviões pulverizariam as nuvens. Os cientistas aprenderiam a fazer chover e a parar a chuva.

O pai dessa idéia popular foi Von Neumann, que construiu seu primeiro computador com a intenção precisa de, entre outras coisas, controlar o tempo. Cercou-se de meteorologistas e fez, para a comunidade dos físicos, em geral, emocionantes palestras sobre seus planos. Tinha uma razão matemática específica para esse otimismo. Reconhecia que um sistema dinâmico complicado podia ter pontos de instabilidade — pontos críticos nos quais um pequeno empurrão pode ter grandes conseqüências, como acontece com uma bola equilibrada no alto de um morro. Com o computador funcionando, Von Neumann imaginava[12] que os cientistas calculariam as equações do movimento dos fluidos para os dias seguintes. Depois, uma comissão central de meteorologistas enviaria aviões para espalhar cortinas de fumaça ou pulverizar as nuvens, para levar o tempo às condições desejadas. Von Neumann tinha, porém, esquecido a possibilidade de caos, com a instabilidade em *todos* os pontos.

Na década de 80 uma enorme e cara burocracia[13] dedicava-se à realização da missão de Von Neumann, ou pelo menos à sua parte relacionada com a previsão. Os mais importantes meteorologistas americanos operavam num edifício simples, em formato de cubo, numa pequena localidade de Maryland, perto da rodovia de contorno de Washington, com antenas de radar e rádio no telhado. O supercomputador que usavam era um modelo que só no espírito fundamental se assemelhava ao de Lorenz. Enquanto o Royal McBee era capaz de realizar 60 multiplicações por segundo, a velocidade

de um Control Data Cyber 205 era medida em megaflops, milhões de operações em pontos flutuantes por segundo. Enquanto Lorenz se satisfazia com 12 equações, o modelo global moderno calculava sistemas de 500.000 equações. Esse modelo compreendia a maneira pela qual a umidade aumentava ou diminuía o calor do ar quando se condensava e evaporava. Os ventos digitais eram modelados por cadeias de montanhas digitais. Torrentes de dados chegavam a cada hora de todas as nações do globo, vindas de aviões, satélites e navios. O Centro Meteorológico Nacional produzia as segundas melhores previsões do mundo.

As primeiras vinham de Reading, na Inglaterra, uma pequena cidade universitária a uma hora de Londres. O Centro Europeu de Previsão do Tempo a Médio Prazo ocupava um modesto edifício à sombra de árvores, do estilo geral das Nações Unidas, de uma arquitetura de tijolos e vidros, decorado com doações vindas de muitas terras. Tinha sido construído no auge do espírito de união européia do Mercado Comum, quando a maioria das nações da Europa ocidental resolveram combinar seus talentos e recursos para a causa da previsão do tempo. Os europeus atribuíam o seu sucesso à equipe jovem e rotativa — não havia funcionários — e ao seu supercomputador Cray, que parecia estar sempre um modelo à frente do computador americano correspondente.

A previsão do tempo foi o começo, mas estava longe de ser o fim, da utilização dos computadores para formular sistemas complexos. As mesmas técnicas serviam a muitos tipos de cientistas físicos e cientistas sociais que alimentavam esperanças de fazer previsões sobre tudo, desde os fluxos de fluidos em pequena escala, de interesse dos projetistas de hélices, até os enormes fluxos financeiros, de interesse dos economistas. Realmente, nas décadas de 70 e 80 a previsão econômica pelo computador tinha uma semelhança real com a previsão de tempo global. Os modelos processavam teias complicadas, e um tanto arbitrárias, de equações, que pretendiam transformar as medições das condições iniciais — pressão atmosférica ou oferta de dinheiro — numa simulação de tendências futuras. Os programadores tinham esperanças de que os resultados não fossem demasiado deformados pelas muitas e inevitáveis simplificações. Se um modelo fazia alguma coisa flagrantemente estranha — inundasse o Saara ou triplicasse as taxas de juros –, os programadores reviam as equações para colocar o resultado em harmonia com as expectativas. Na prática, os modelos econométricos revelavam-se desanimadoramente cegos sobre o futuro, mas muita gente que deveria ter mais senso agia como se acreditasse nos resultados. Previsões de crescimento econômico ou de desemprego eram apresentadas com uma precisão implícita de duas ou três ca-

sas decimais.[14] Governos e instituições financeiras pagavam por essas previsões e agiam de acordo com elas, talvez por necessidade ou à falta de coisa melhor. Presumivelmente, sabiam que variáveis como "otimismo do consumidor" não eram tão mensuráveis quanto a "umidade" e que equações diferenciais perfeitas ainda não tinham sido escritas para o movimento da política e da moda. Poucos, porém, davam-se conta de como era frágil o próprio processo de criar modelos de fluxos nos computadores, mesmo quando os dados eram razoavelmente fidedignos e as leis eram puramente físicas, como na previsão do tempo.

A criação de modelos no computador tinha, na verdade, conseguido transformar a meteorologia, de uma arte, numa ciência. As avaliações do Centro Europeu indicavam que o mundo tinha poupado bilhões de dólares anualmente com previsões que, estatisticamente, eram melhores do que nada. Mas, além de dois ou três dias, as melhores previsões do mundo eram especulativas, e além de seis ou sete, nada valiam.

A razão disso era o Efeito Borboleta.[15] Para pequenas condições meteorológicas — e para um meteorologista global, pequeno pode significar tempestades e nevascas —, qualquer previsão perde o valor rapidamente. Os erros e as incertezas se multiplicam, formando um efeito de cascata ascendente através de uma cadeia de aspectos turbulentos, que vão dos demônios da poeira e tormentas até redemoinhos continentais que só os satélites conseguem ver.

Os modernos modelos das condições meteorológicas operam com uma rede de pontos da ordem de 96 km de distância, e mesmo assim, alguns dados de partida têm de ser supostos, já que as estações de terra e os satélites não podem ver tudo. Mas suponhamos que a terra[16] pudesse ser coberta com sensores colocados a 30 centímetros uns dos outros, elevando-se a intervalos de 30 centímetros até o alto da atmosfera. Suponhamos que cada sensor forneça leituras perfeitamente precisas de temperatura, pressão, umidade e qualquer outra quantidade que o meteorologista possa desejar. Exatamente ao meio-dia um computador infinitamente potente recebe todos os dados e calcula o que acontecerá em cada ponto às 12:01, depois 12:02, depois 12:03...

Ainda assim, o computador não será capaz de prever se Princeton, em Nova Jersey, terá sol ou chuva dentro de um dia ou de um mês. Ao meio-dia os espaços entre os sensores ocultarão oscilações que o computador não conhecerá, pequenos desvios da média. Às 12:01 essas oscilações já terão criado pequenos erros a 30 centímetros de distância. Em pouco tempo os erros se terão multiplicado na escala de 10 x 30, e assim por diante, até o tamanho do globo.

Até mesmo para os meteorologistas experientes, tudo isso se opõe à intuição. Um dos mais antigos amigos de Lorenz era Robert White, também meteorologista do M.I.T., que mais tarde seria chefe do Departamento Oceânico e Atmosférico Nacional. Lorenz falou-lhe do Efeito Borboleta e o que, na sua opinião, ele significava para a previsão do tempo a longo prazo. White deu a resposta de Von Neumann. "Que previsão, que nada!", disse ele.[17] "Isso é o controle do tempo." Sua idéia era que as pequenas modificações, perfeitamente dentro da capacidade humana, podiam causar desejadas mudanças em grande escala.

Lorenz viu as coisas de maneira diferente. Sim, era possível modificar o tempo. Podia-se levá-lo a fazer alguma coisa diferente do que ele faria, se não houvesse interferência. Mas, feito isso, não saberíamos então o que teria acontecido. Seria como dar mais uma baralhada num baralho já bem misturado. Sabemos que isso modificará a nossa sorte, mas não sabemos se para melhor, ou para pior.

A descoberta de Lorenz foi um acaso, mais um numa linha de acasos que remonta a Arquimedes e sua tina de banho. Lorenz não era do tipo de sair gritando *Eureka*. O acaso feliz apenas o levou ao ponto em que sempre estivera. Estava pronto para explorar as conseqüências da sua descoberta, desenvolvendo o significado que ela deveria ter para o entendimento, pela ciência, dos fluxos de todos os tipos de fluidos.

Se tivesse ficado apenas no Efeito Borboleta, uma imagem da previsibilidade substituída pelo simples acaso, Lorenz teria produzido apenas uma notícia muito ruim. Mas ele viu algo mais do que aleatoriedade em seu modelo do tempo. Percebeu nele uma bela estrutura geométrica, a ordem *mascarada* de aleatoriedade. Era um matemático vestido de meteorologista, afinal de contas, e começou então a levar uma vida dupla. Escrevia trabalhos que eram pura meteorologia. Mas escrevia também trabalhos que eram pura matemática, com uma dose levemente enganosa de conversa meteorológica como prefácio. Os prefácios acabaram por desaparecer totalmente.

Sua atenção voltou-se cada vez mais para a matemática de sistemas que nunca encontravam um regime estacionário, sistemas que quase se repetiam, mas nunca exatamente. Todos sabiam que o tempo atmosférico era um desses sistemas — aperiódico. A natureza possui muitos outros: populações animais que aumentam e diminuem quase regularmente, epidemias que vão e vêm em tantalizantes esquemas quase regulares. Se o tempo chegasse alguma vez a um regime exatamente como o atingido antes, em que todos os ventos e nuvens fossem os mesmos, então presumivelmente ele se repetiria para sempre e o problema da previsão se tornaria trivial.

Lorenz viu que devia haver um elo[18] entre a recusa do tempo em repetir-se e a incapacidade dos meteorologistas de prevê-lo — um elo entre aperiodicidade e imprevisibilidade. Não era fácil encontrar equações simples que produzissem a aperiodicidade que ele buscava. A princípio seu computador tendia a fechar-se em ciclos repetitivos. Lorenz, porém, tentou diferentes tipos de complicações menores, e finalmente conseguiu, quando usou uma equação que variava a quantidade de calor de leste para oeste, correspondendo a uma variação no mundo real entre a maneira pela qual o sol aquece o litoral leste da América do Norte, por exemplo, e a maneira pela qual aquece o oceano Atlântico. A repetição desapareceu.

O Efeito Borboleta não era um acidente: era necessário. Suponhamos que as pequenas variações permanecessem pequenas, raciocinou ele, em lugar de se avolumarem pelo sistema. Então, quando o tempo se aproximasse arbitrariamente de um regime pelo qual já tinha passado antes, permaneceria arbitrariamente próximo dos padrões seguintes. Para finalidades práticas, os ciclos seriam previsíveis — e acabariam perdendo o interesse. Para produzir o rico repertório do tempo real da terra, a sua bela multiplicidade, dificilmente poderíamos desejar alguma coisa melhor do que um Efeito Borboleta.

O Efeito Borboleta recebeu um nome técnico: dependência sensível das condições iniciais. E a dependência sensível das condições iniciais não era uma noção totalmente nova. Tinha lugar no folclore:

> *"Por falta de um prego, perdeu-se a ferradura;*
> *Por falta de uma ferradura, perdeu-se o cavalo;*
> *Por falta do cavalo, perdeu-se o cavaleiro;*
> *Por falta do cavaleiro, perdeu-se a batalha;*
> *Por falta da batalha, perdeu-se o reino!"*[19]

Sabe-se muito bem, tanto na ciência como na vida, que uma cadeia de acontecimentos pode ter um ponto de crise que aumente pequenas mudanças. Mas o caos significava que tais pontos estavam por toda parte. Eram generalizados. Em sistemas como o tempo, a dependência sensível das condições iniciais era conseqüência inevitável da maneira pela qual as pequenas escalas se combinavam com as grandes.

Seus colegas ficaram espantados por ter Lorenz imitado tanto a aperiodicidade como a dependência sensível de condições iniciais em sua versão de brincadeira do tempo: 12 equações, calcula-

das repetidas vezes com impiedosa eficiência mecânica. Como podia essa riqueza, essa imprevisibilidade — esse caos –, surgir de um sistema determinista simples?

Lorenz pôs de lado o tempo e procurou modos ainda mais simples de produzir esse comportamento complexo. Encontrou um, num sistema de apenas três equações. Os termos significando isso que expressavam relações que não eram rigorosamente proporcionais. As relações lineares podem ser estabelecidas com uma linha reta num gráfico. As relações lineares são de compreensão fácil: *quanto mais, melhor.* As equações lineares são resolvíveis, o que as torna adequadas para os manuais. Os sistemas lineares têm uma importante virtude modular: podem ser desmontados e novamente montados — as peças se encaixam.

Os sistemas não-lineares não podem, em geral, ser solucionados e não podem ser somados uns aos outros. Em fluidos e em sistemas mecânicos, os termos lineares tendem a ser os aspectos que as pessoas querem deixar de fora quando tentam compreendê-los bem, de uma maneira simples. O atrito, por exemplo. Sem atrito, uma equação linear simples expressa a quantidade de energia necessária para acelerar um disco de borracha do jogo de hóquei. Com o atrito, a relação se complica, porque a quantidade de energia se modifica, dependendo da rapidez com que o disco já se está movendo. A não-linearidade significa que o ato de jogar o jogo modifica, de certa maneira, as regras. Não se pode atribuir uma importância constante ao atrito, porque sua importância depende da velocidade. A velocidade, por sua vez, depende do atrito. Essa mutabilidade dependente torna difícil o cálculo da não-linearidade, mas também cria tipos de comportamento de grande riqueza, que nunca ocorrem em sistemas lineares. Na dinâmica dos fluidos, tudo se resume a uma equação canônica, a equação de Navier-Stokes. É um milagre de brevidade, relacionando velocidade, pressão, densidade e viscosidade do fluido, mas é não-linear. Assim, a natureza dessas relações é, com freqüência, difícil de ser precisada. Analisar o comportamento de uma equação não-linear como a de Navier-Stokes é como caminhar por um labirinto cujas paredes modificam sua disposição a cada passo que damos. Como disse o próprio Von Neumann: "O caráter da equação (...) varia simultaneamente em todos os aspectos relevantes: tanto a ordem como o grau se modificam. Portanto, devemos esperar grandes dificuldades matemáticas."[20] O mundo seria diferente — e a ciência não precisaria de caos — se a equação de Navier-Stokes não contivesse o demônio da não-linearidade.

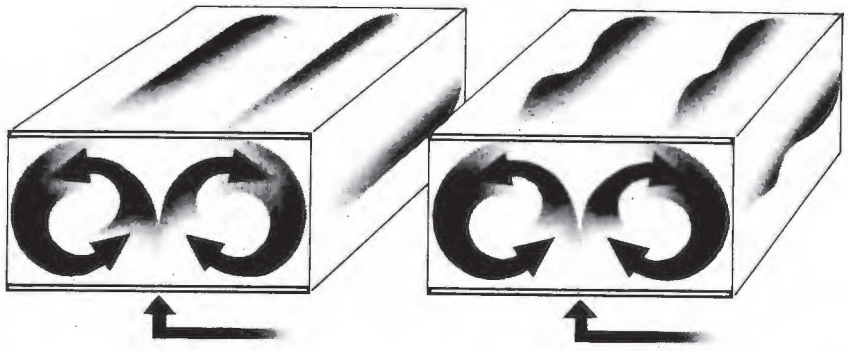
Um tipo específico de movimento dos fluidos inspirou as três equações de Lorenz: a ascensão do gás ou líquido quente, conhe-

cida como convecção. Na atmosfera, a convecção agita o ar aquecido pela terra banhada de sol, e ondas de convecção, tremeluzentes, sobem como fantasmas acima do asfalto e dos radiadores quentes. Lorenz tinha a mesma satisfação em falar sobre a convecção numa xícara de café quente.[21] Como dizia, este era apenas um dos inumeráveis processos hidrodinâmicos em nosso universo cujo comportamento futuro gostaríamos de prever. Como calcular a rapidez com que uma xícara de café esfriará? Se o café estiver apenas morno, seu calor se dissipará sem qualquer movimento hidrodinâmico. O café permanece em regime constante. Mas, se estiver quente o bastante, uma rotação convectiva, ou propagadora, levará o café quente do fundo da xícara para a superfície mais fria. A convecção no café torna-se claramente visível quando um pouco de creme é pingado na xícara. Os movimentos giratórios podem ser complicados, mas a longo prazo o destino desse sistema é evidente. Como o calor se dissipa, e como o atrito retarda o fluido em agitação, o movimento terá de parar, inevitavelmente. Lorenz disse secamente a um grupo de cientistas: "Poderíamos ter problemas em prever a temperatura do café com um minuto de antecedência, mas não teremos dificuldades em prevê-la com uma hora de antecedência."[22] As equações do movimento que governa uma xícara de café que esfria devem refletir o destino do sistema. Devem ser dissipantes. A temperatura deve pender para a temperatura do ambiente, e a velocidade, para zero.

Lorenz tomou uma série de equações[23] para a convecção e reduziu-a ao essencial, eliminando tudo o que pudesse ser irrelevante, tornando-a de uma simplicidade pouco realista. Quase nada do modelo original permaneceu, mas ele deixou a não-linearidade. Para os físicos, as equações pareciam simples. Olhavam-nas — muitos cientistas olharam, nos anos seguintes — e diziam: *Eu posso resolvê-las*.

"Sim", dizia Lorenz tranqüilamente. "Há uma tendência a pensar assim, ao vê-las. Há alguns termos não-lineares nelas, e parece haver alguma maneira de contorná-los. Mas não há."

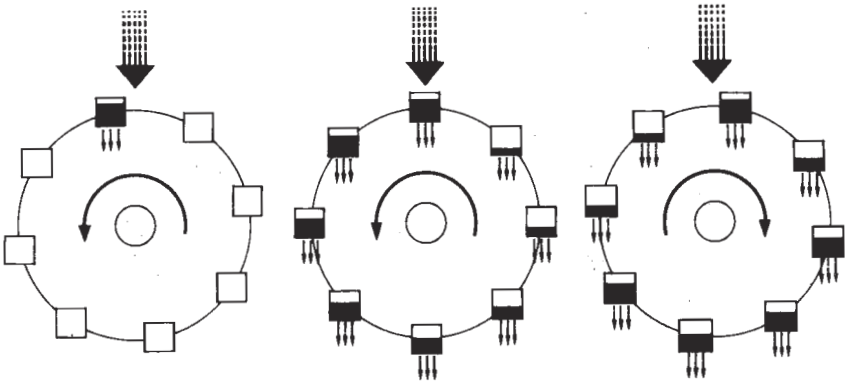
O tipo mais simples de convecção mostrado nos manuais ocorre numa célula de fluido, uma caixa com um fundo liso que pode ser aquecido e uma tampa lisa que pode ser resfriada. A diferença de temperatura entre o fundo quente e a tampa fria controla o fluxo. Se a diferença é pequena, o sistema permanece estável. O calor se movimenta para o alto pela condução, como acontece numa barra de metal, sem superar a tendência natural do fluido a permanecer em repouso. Além disso, o sistema é estável. Quaisquer movimentos fortuitos que possam ocorrer quando, digamos, um aluno esbarra no aparelho tendem a desaparecer, voltando o sistema a um regime estável.



ROLAGEM DE UM FLUIDO. Quando um líquido ou gás é aquecido por baixo, o fluido tende a organizar-se em rolos cilíndricos (*esquerda*). O fluido quente sobe de um lado, perde calor e desce do outro lado — o processo de convecção. Quando o calor aumenta (*direita*), ocorre uma instabilidade, e os rolos apresentam uma ondulação que vai e vem ao longo dos cilindros. Em temperaturas ainda mais elevadas, o fluxo se torna descontrolado e turbulento.

Aumente-se, porém, o calor, e um novo comportamento se manifesta. Quando esquenta, o fluido do fundo se expande. Ao se expandir, torna-se menos denso. Ao se tornar menos denso, torna-se mais leve, o suficiente para superar o atrito, e sobe para a superfície. Numa caixa cuidadosamente projetada, desenvolve-se uma rotação cilíndrica, com o fluido quente subindo de um lado e o fluido frio descendo do outro. Visto de lado, o movimento faz um círculo contínuo. Fora do laboratório, também a natureza faz, com freqüência, suas células de convecção. Quando o sol esquenta o chão de um deserto, por exemplo, o ar que ondula pode provocar formas sombreadas nas nuvens, lá no alto, ou na areia, embaixo.

Aumente-se ainda mais o calor, e o comportamento se torna mais complexo. Os movimentos ondulatórios começam a oscilar. As equações simplificadas de Lorenz eram demasiado simples para criar um modelo desse tipo de complexidade. Elas abstraíam apenas um aspecto da convecção no mundo real: o movimento circular do fluido quente elevando-se como uma roda-gigante. As equações levavam em conta a velocidade desse movimento e a transferência de calor. Os processos físicos influenciavam-se mutuamente. Quando qualquer porção de fluido quente subia num movimento circular, entrava em contato com o fluido mais frio e com isso começava a perder calor. Se o círculo girava com rapidez suficiente, a bola de fluido não tinha perdido todo o seu calor extra no momento em que chegava ao alto, e começava a descer novamente pelo outro lado da câmara, de modo que começava a pressionar contra o impulso do outro fluido quente que vinha atrás dela.



A RODA D'ÁGUA LORENZIANA. O primeiro e famoso sistema caótico descoberto por Edward Lorenz corresponde exatamente a um aparelho mecânico, uma roda d'água. Esse aparelho simples mostra-se capaz de um comportamento surpreendentemente complicado.

A rotação da roda d'água tem certas propriedades em comum com os cilindros rotativos de fluido no processo de convecção. A roda d'água é como um corte no cilindro. Ambos os sistemas são impulsionados constantemente — pela água ou pelo calor — e ambos dispersam energia. O fluido perde calor, as palhetas da roda perdem água. Em ambos os sistemas, o comportamento a longo prazo depende da força da energia propulsora.

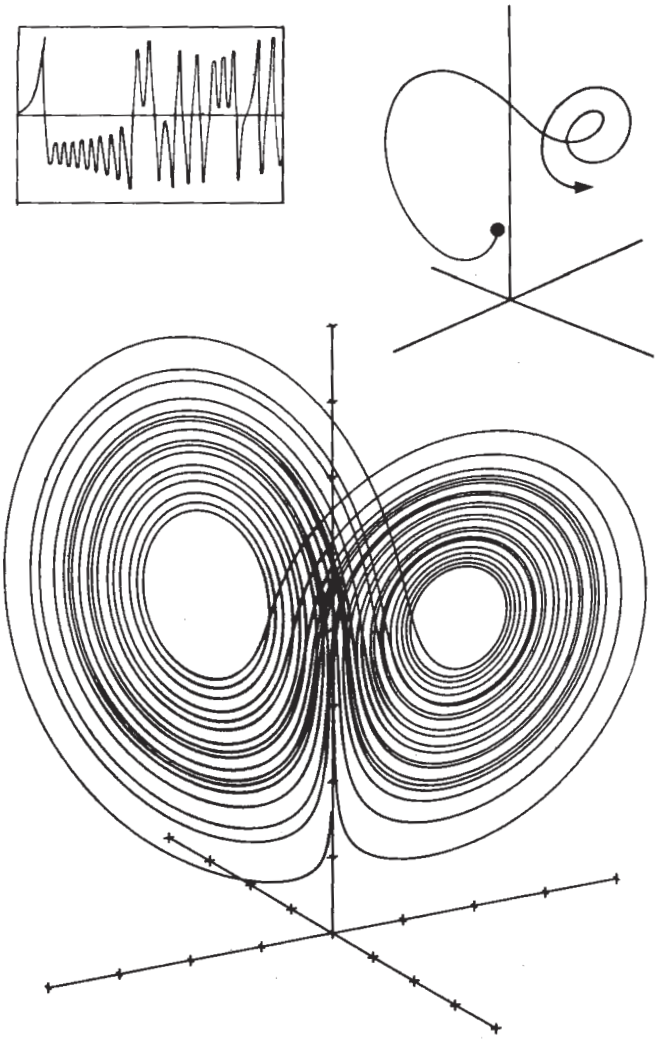
A água cai do alto, num escoamento constante. Se o fluxo da água for lento, a palheta ou caçamba do alto não se encherá nunca o suficiente para superar o atrito, e a roda nunca começará a girar. (Da mesma forma, num fluido se o calor for demasiado baixo para superar a viscosidade, não movimentará o fluido.)

Se o fluxo for mais rápido, o peso da palheta superior coloca a roda em movimento (*esquerda*). A roda d'água pode estabilizar-se numa rotação que continua em ritmo constante (*centro*).

Se, porém, o fluxo for mais rápido ainda (*direita*), a rotação pode tornar-se caótica, em virtude dos efeitos não-lineares embutidos no sistema. Quando as palhetas passam sob o jorro d'água, as proporções em que se enchem dependem da velocidade de rotação. Se esta for rápida, as palhetas têm pouco tempo para se encherem. (Da mesma forma, o fluido no rolo de convecção que gira rapidamente tem pouco tempo para absorver calor.) E ainda, se a roda estiver girando depressa, as palhetas podem começar a subir do outro lado antes de se esvaziarem. Conseqüentemente, palhetas pesadas do lado que sobe podem provocar diminuição da velocidade e inverter o movimento.

De fato, Lorenz descobriu que em períodos prolongados a rotação deve reverter-se muitas vezes, sem se estabilizar nunca num ritmo constante, e sem repetir nunca um padrão previsível.

Embora o sistema de Lorenz não reproduzisse totalmente a convecção, tinha análogos exatos em sistemas reais. Por exemplo, suas equações descrevem com precisão um velho dínamo elétrico, precursor dos modernos geradores, no qual a corrente flui através de um disco que gira num campo magnético. Em certas condições, o dínamo pode reverter a si mesmo. E, depois que as equações de Lorenz se tornaram mais conhecidas, alguns cientistas afirmaram que



O ATRATOR DE LORENZ *(acima)*. Essa imagem mágica, que se assemelha à máscara de uma coruja ou às asas de uma borboleta, tornou-se um emblema para os primeiros investigadores do caos. Revelava a estrutura fina oculta dentro de um fluxo desordenado de dados. Tradicionalmente, os valores oscilantes de qualquer variável podiam ser vistos na chamada série temporal (*ao alto*). Para mostrar as mudanças de relações entre três variáveis é necessária uma técnica diferente. Em qualquer instante do tempo, as três variáveis fixam a localização de um ponto no espaço tridimensional; quando o sistema se modifica, o movimento do ponto representa as variações que se modificam continuamente.

Como o sistema nunca se repete exatamente, a trajetória nunca se cruza. Em lugar disso, faz *loop* circulares. O movimento do atrator é abstrato, mas transmite o sabor do movimento do sistema real. Por exemplo, o cruzamento de uma asa do atrator para a outra corresponde a uma inversão na direção da rotação da roda d'água ou do fluido em convecção.

comportamento desse dínamo poderia oferecer uma explicação para outro fenômeno singular de reversão: o campo magnético da terra. Sabe-se que o "geodínamo" inverteu-se muitas vezes ao longo da história da terra, em intervalos que parecem irregulares e inexplicáveis. Frente a essa irregularidade, em geral os teóricos procuram explicações fora do sistema, propondo causas como choques de meteoritos.[24] Mas talvez o geodínamo tenha seu próprio caos.

Outro sistema descrito com precisão pelas equações de Lorenz é um certo tipo de roda d'água,[25] engenho mecânico análogo ao círculo rotativo da convecção. No alto, a água cai constantemente em recipientes pendurados na estrutura da roda. Cada recipiente vaza constantemente por um pequeno buraco. Se a corrente d'água for lenta, o recipiente do alto nunca se enche com rapidez bastante para superar o atrito, mas se for mais rápida, o peso começa a girar a roda. A rotação pode tornar-se contínua. Ou, se a correnteza for tão rápida que os recipientes pesados oscilem durante todo o percurso para baixo e comecem a subir do outro lado, a roda pode diminuir de velocidade, parar e inverter sua rotação, girando primeiro num sentido, depois no outro.

A intuição do físico em relação a um sistema mecânico simples assim — sua intuição pré-caos — lhe diz que a longo prazo, se a corrente d'água nunca variar, surgirá uma condição estática. Ou a roda girará com firmeza, ou oscilará com regularidade numa e em outra direção, girando primeiro numa, depois na outra, em intervalos constantes. Lorenz constatou o inverso.

Três equações, com três variáveis, descreviam totalmente o movimento desse sistema.[26] O computador de Lorenz imprimiu os valores instáveis das três variáveis: 0-10-0; 4-12-0; 9-20-0; 16-36-2; 30-66-7; 54-115-24; 93-192-74. Os três números subiam e desciam enquanto intervalos imaginários de tempo passavam, cinco intervalos, cem intervalos, mil.

Para formar um quadro dos dados, Lorenz usou cada grupo de três números como coordenadas para especificar a localização de um ponto no espaço tridimensional. Assim, a seqüência de números produziu uma seqüência de pontos que traçavam uma linha contínua, um registro do comportamento do sistema. Essa linha podia levar a determinado lugar e parar, significando que o sistema se fixara num regime constante, no qual as variáveis da velocidade e temperatura já não mudavam. Ou podia formar um *loop*, indo sempre em círculo, significando isso que o sistema se fixara num padrão de comportamento que se repetiria periodicamente.

O sistema de Lorenz não fez nenhuma das duas coisas. Em lugar delas, o mapa mostrou uma espécie de complexidade infinita. Ficava sempre dentro de certos limites, nunca saindo da página, mas

também nunca se repetindo. Traçava uma forma estranha, característica, uma espécie de espiral dupla em três dimensões, como uma borboleta com as duas asas. A forma assinalava a desordem pura, já que nenhum ponto ou padrão de pontos jamais se repetiu. Não obstante, também assinalava um novo tipo de ordem.

Anos depois, os físicos tinham olhares brilhantes ao falar do trabalho de Lorenz sobre essas equações — "aquela bela maravilha de trabalho". Já então falava-se dele como se fosse um pergaminho antigo, guardando segredos da eternidade. Nos milhares de artigos que constituíam a bibliografia técnica do caos, poucos eram mais citados do que "Fluxo Determinista Não-periódico". Durante anos, nenhum objeto isolado inspiraria mais ilustrações, até mesmo filmes, do que a misteriosa curva traçada ao final, a dupla espiral que se tornou conhecida como o atrator de Lorenz. Pela primeira vez, as imagens de Lorenz mostravam o que ele queria dizer: "Isso é complicado". Toda a riqueza do caos encontrava-se ali.

Na época, porém, poucos a conseguiam ver. Lorenz descreveu-a a Willem Malkus, professor de matemática aplicada no M.I.T., um cientista cavalheiresco com grande capacidade de apreciar o trabalho dos colegas. Malkus riu e disse: "Ed, nós *sabemos* — sabemos muito bem — que a convecção dos fluidos não se comporta assim."[27] A complexidade seria certamente eliminada, disse Malkus, e o sistema se fixaria em movimento constante, regular.

"É claro que não percebemos do que se tratava", disse Malkus, uma geração depois — anos depois de ter construído uma roda d'água lorenziana real em seu laboratório no porão para mostrar aos descrentes. "Ed não estava pensando absolutamente em termos de nossa física. Pensava em termos de algum modelo generalizado ou abstrato que evidenciava um comportamento que ele, intuitivamente, sentia ser característico de alguns aspectos do mundo exterior. Ele, porém, não nos podia dizer bem isso. Só depois do fato consumado é que percebemos que devia ter essas opiniões."

Poucos leigos percebiam o quão departamentalizada a comunidade científica se tinha tornado, um navio de guerra com anteparas para evitar vazamentos. Os biólogos tinham muito o que ler sem procurar acompanhar a bibliografia da matemática — e até mesmo os biólogos moleculares tinham muito o que ler sem se preocupar com a biologia populacional. Os físicos tinham melhores maneiras de empregar seu tempo do que folhear revistas de meteorologia. Alguns matemáticos se teriam entusiasmado com a descoberta de Lorenz; em uma década, físicos, astrônomos e biólogos estavam procurando alguma coisa semelhante a ela, e por vezes redescobrindo-a sozinhos. Mas Lorenz era um meteorologista, e nin-

guém pensou em procurar o caos na página 130 do volume 20 do *Journal of the Atmospheric Sciences*.[28]

Notas

1 - Lorenz, Malkus, Spiegel, Farmer. O Lorenz essencial é um tríptico de artigos cuja peça central é "Deterministic Nonperiodic Flow", *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20 (1963), pp. 130-41; ao lado dele estão "The Mechanics of Vacillation", *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20 (1963), pp. 448-64, e "The Problem of Deducing the Climate from the Governing Equations", *Tellus*, 16 (1964), pp. 1-11. Constituem um trabalho enganosamente elegante, que continua a influenciar matemáticos e físicos, 20 anos depois. Algumas das recordações pessoais de Lorenz sobre seu primeiro modelo de computador da atmosfera encontram-se em "On the Prevalence of Aperiodicity in Simple Systems", em *Global Analysis*, Mgrmela e J. Marsden, orgs. (Nova York, Springer-Verlag, 1979), pp-53-75.

2 - Uma descrição contemporânea legível, escrita por Lorenz, do problema do uso de equações para criar modelos da atmosfera é "Large-Scale Motions of the Atmosphere: Circulation", em *Advances in Earth Science*, P.M. Hurley, org. (Cambridge, Mass., The M.I.T. Press, 1966), pp. 95-109. Uma análise mais antiga, e influente, desse problema é L.F. Richardson, *Weather Prediction by Numerical Process* (Cambridge, Cambridge University Press, 1922).

3 - Lorenz. Ver também uma exposição das tendências conflitantes da matemática e meteorologia em seu pensamento, em "Irregularity: A Fundamental Property of the Atmosphere", Crafoord Prize Lecture apresentada na Real Academia Sueca de Ciências, em Estocolmo, a 28 de setembro de 1983, em *Tellus*, 36-A (1984), pp. 98-110.

4 - Pierre Simon de Laplace, *A Philosophical Essay on Probabilities* (Nova York, Dover, 1951).

5 - Winfree.

6 - Lorenz.

7 - "On the Prevalence", p. 55.

8 - De todos os físicos e matemáticos clássicos que se ocuparam dos sistemas dinâmicos, o que melhor compreendeu a possibilidade do caos foi Jules Henri Poincaré. Ele observou em *Ciência e Método*: "Uma causa muito pequena, que nos passa despercebida, determina um efeito considerável que não podemos deixar de ver, e então dizemos que o efeito é devido ao acaso. Se conhecêssemos exatamente as leis da natureza e a situação do universo no momento inicial, poderíamos prever exatamente a situação desse mesmo universo no momento seguinte. Contudo, mesmo que as leis naturais já não tivessem segredos para nós, ainda assim poderíamos conhecer a situação aproximadamente. Se isso nos permitisse prever a situação seguinte com a mesma aproximação, seria tudo o que precisaríamos, e diríamos que o fenômeno tinha sido previsto, que é governado por leis. Mas nem sempre é assim; pode acontecer que pequenas diferenças nas condições iniciais produzam diferenças muito grandes nos fenômenos finais. Um pequeno erro nas primeiras produ-

zirá um erro enorme nas últimas. A previsão torna-se impossível..." A advertência de Poincaré, feita na passagem do século, foi praticamente esquecida; nos Estados Unidos, o único matemático a seguir seriamente a observação de Poincaré, nas décadas de 20 e 30, foi George D. Birkhoff, professor do jovem Edward Lorenz no M.I.T., por um breve período.

9 - Lorenz; ver também "On the Prevalence", p. 56.

10 - Lorenz.

11 - Woods, Schneider; um amplo levantamento da opinião especializada na época é "Weather Scientists Optimistic That New Findings are Near", *The New York Times*, 9 de setembro de 1963, p. 1.

12 - Dyson.

13 - Bonner, Bengtsson, Woods, Leith.

14 - Peter B. Medawar, "Expectation and Prediction" em *Plato's Republic* (Oxford, Oxford University Press, 1982), pp. 301-4.

15 - Lorenz usou originalmente a imagem de uma gaivota; o nome mais duradouro parece ter vindo de seu trabalho "Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?", conferência na reunião anual da Sociedade Americana para o Progresso da Ciência, em Washington, a 29 de dezembro de 1979.

16 - Yorke.

17 - Lorenz, White.

18 - "The Mechanics of Vacillation".

19 - George Herbert; citado neste contexto por Norbert Wiener, "Nonlinear Prediction and Dynamics", em *Collected Works with Commentaries*, P. Masani, org. (Cambridge, Mass., The M.I.T. Press, 1981), 3:371. Wiener foi precursor de Lorenz ao perceber pelo menos a possibilidade de "auto-amplitude de pequenos detalhes do mapa meteorológico". Ele observou: "Um furacão é um fenômeno extremamente local, e detalhes aparentemente sem grande importância podem determinar seu caminho exato."

20 - John von Neumann, "Recent Theories of Turbulence" (1949) em *Collected Works*, A.H. Taub, org. (Oxford, Pergamon Press, 1963), 6:437.

21 - "The Predictability of hydrodynamic flow", em *Transactions of the New York Academy of Sciences*, II, 25:4 (1963), p. 409-32.

22 - *Ibid.*, p. 410.

23 - Essa série de sete equações para servir de modelo da convecção foi idealizada por Barry Saltzman da Universidade de Yale, a quem Lorenz estava visitando. Em geral as equações de Saltzman comportavam-se com periodicidade, mas uma versão "recusou-se a fixar-se", como disse Lorenz, que compreendeu que durante esse comportamento caótico quatro das variáveis se estavam aproximando de zero — e por isso podiam ser desprezadas. Barry Saltzman, "Finite Amplitude Convection as an Initial Value Problem", *Journal of the Atmospheric Sciences*, 19 (1962), p. 329.

24 - Malkus; a visão que tem o caos dos campos magnéticos da terra ainda é acaloradamente debatida, com alguns cientistas procurando outras explicações, externas, tais como golpes de enormes meteoritos. Uma exposição mais antiga da idéia de que as inversões vêm do caos presente no sistema encontra-se em K.A. Robbins, "A moment equation description of magnetic reversals in

the earth", *Proceedings of the National Academy of Science*, 73 (1976), pp. 4297-4301.

25 - Malkus.

26 - Esse modelo clássico, comumente chamado de sistema de Lorenz, é:

$$dx/dt = 10(y-x)$$
$$dy/dt = xz + 28x-y$$
$$dz/dt = xy - (8/3)z.$$

Desde seu aparecimento em "Fluxo Determinista Não-periódico", o sistema tem sido muito analisado; um abalizado volume técnico é Colin Sparrow, *The Lorenz Equations, Bifurcations, Chaos and Strange Attractors* (Springer-Verlag, 1982).

27 - Malkus, Lorenz.

28 - "Fluxo Determinista Não-periódico" foi citado cerca de uma vez por ano em meados da década de 60 pela comunidade científica; duas décadas depois, era citado mais de cem vezes por ano.

C • A • O • S

Revolução

Decerto, todo o empenho é para nos colocarmos
Fora do âmbito usual
Daquilo que chamam de estatística.

— STEPHEN SPENDER

O historiador da ciência Thomas S. Kuhn[1] descreve uma perturbadora experiência realizada por uma dupla de psicólogos na década de 40. Mostravam-se rapidamente aos pacientes cartas de baralho, uma de cada vez, pedindo-lhes que as identificassem. Havia, é claro, um estratagema. Algumas das cartas eram anormais: por exemplo, havia um seis de espadas vermelho ou uma dama de ouros preta.

Com a rapidez, os pacientes enganavam-se facilmente. Nada podia ser mais simples. Eles não percebiam as anomalias. Quando um seis de espadas vermelho lhes era mostrado, diziam "seis de copas" ou "seis de espadas". Quando, porém, as cartas eram mostradas por mais tempo, os pacientes começavam a hesitar. Tornavam-se conscientes de um problema, sem ter certeza de qual era. Um paciente podia dizer que alguma coisa lhe parecia estranha, como uma margem vermelha em volta de um coração preto.

Por fim, quando o ritmo era ainda mais lento, a maioria dos pacientes se dava conta do que acontecia. Viam as cartas erradas e faziam a necessária transferência mental para não errar no jogo. Nem todos, porém. Alguns experimentavam uma sensação de desorientação que provocava um sofrimento verdadeiro. "Não consigo identificar esse naipe, qualquer que seja", disse um deles. "Nem sequer parecia uma carta de baralho, desta vez. Não sei agora de que cor é, nem se é espadas ou copas. Não tenho nem mesmo a certeza de como são as espadas. Meu Deus!"[2]

Ao terem visões breves e incertas do funcionamento da natureza, os cientistas profissionais não são menos vulneráveis à angústia e à confusão quando se vêem frente a frente com a incongruidade. E a incongruidade, quando modifica a maneira como o cientista vê, torna possíveis os avanços mais importantes. É o que diz Kuhn, e o que mostra a história do caos.

As idéias de Kuhn sobre a maneira como os cientistas trabalham e as revoluções ocorrem provocou tanto hostilidade quanto admiração, ao serem publicadas em 1962, e a controvérsia não se encerrou nunca. Ele deu uma boa alfinetada na idéia tradicional de que a ciência progride pela acumulação de conhecimento, somando-se cada descoberta à anterior, e que as novas teorias surgem quando novos fatos experimentais as exigem. Ele esvaziou o conceito da ciência como um processo ordenado de fazer perguntas e encontrar as respostas. Enfatizou o contraste entre a maior parte daquilo que os cientistas fazem, trabalhando com problemas legítimos, bem compreendidos, dentro de suas disciplinas, e o trabalho excepcional, não-ortodoxo, que cria as revoluções. Não foi por acaso que ele fez os cientistas se parecerem a racionalistas nada perfeitos.

Na visão de Kuhn, a ciência normal consiste, em grande parte, em operações de limpeza.[3] Experimentalistas realizam versões modificadas de experiências feitas muitas vezes antes.[4] Os teóricos acrescentam um tijolo aqui, refazem uma cornija ali, num muro de teoria. Dificilmente poderia ser de outro modo. Se todos os cientistas tivessem de começar do começo, questionando pressupostos fundamentais, teriam dificuldades em atingir o nível de sofisticação técnica necessário à realização de trabalho útil. Na época de Benjamin Franklin, o punhado de cientistas que tentavam compreender a eletricidade podiam escolher os seus princípios iniciais — na verdade, tinham de escolhê-los.[5] Um pesquisador podia julgar a atração o mais importante efeito elétrico, considerando a eletricidade uma espécie de "eflúvio" que emanava das substâncias. Outro poderia vê-la como um fluido, transmitido por material condutor. Esses cientistas podiam falar com os leigos quase que com a mesma facilidade com que conversavam entre sim, porque ainda não tinham chegado à fase na qual podiam ter uma linguagem especializada, comum, para os fenômenos que estudavam. Em contraste, um especialista do século XX na dinâmica dos fluidos dificilmente pode pretender um avanço no conhecimento de seu campo sem adotar primeiro uma terminologia e uma técnica matemática. Em troca disso, ele estará, inconscientemente, abrindo mão de uma grande margem de liberdade de questionar as bases de sua ciência.

De importância capital para as idéias de Kuhn é a visão da ciência normal como a solução de problemas, dos tipos de problemas

que os estudantes aprendem da primeira vez que abrem seus manuais. Esses problemas definem um estilo consolidado de realização que conduz a maioria dos cientistas em seus cursos superiores, em sua tese e no preparo de artigos para revistas que constituem a essência de suas carreiras acadêmicas. "Em condições normais, o cientista pesquisador não é um inovador, mas um solucionador de problemas, e os problemas nos quais se concentra são exatamente aqueles que lhe parecem poder ser formulados e resolvidos dentro da tradição científica existente", escreveu Kuhn.[6]

Mas há as revoluções. Uma nova ciência nasce de uma outra, que chegou a um ponto morto. Com freqüência, uma revolução tem um caráter interdisciplinar — suas descobertas principais vêm, muitas vezes, de pessoas que se aventuraram fora dos limites normais de suas especialidades. Os problemas que preocupam esses teóricos não são considerados linhas de investigação legítimas. Propostas de teses são rejeitadas, e artigos não são publicados. Os próprios teóricos não têm certeza de que identificariam a solução, se a encontrassem. Aceitam colocar em risco as suas carreiras. Uns poucos livres-pensadores trabalham sozinhos, incapazes de explicar para onde vão, receosos até mesmo de dizer aos colegas o que estão fazendo — essa imagem romântica está no centro do esquema de Kuhn, e tem ocorrido na vida real, repetidamente, na investigação do caos.

Todo cientista que se voltou cedo para o caos tem uma história de desestímulo, ou de hostilidade clara, para contar. Alunos de pós-graduação foram advertidos de que suas carreiras podiam ser prejudicadas se escrevessem teses sobre uma disciplina desconhecida na qual seus orientadores não tinham especialização. Ao ouvir falar na nova matemática, um físico de partículas[7] poderia começar a estudá-la por conta própria, julgando-a bela, ao mesmo tempo bela e difícil — mas sentiria que jamais poderia contar isso aos seus colegas. Professores mais velhos achavam que estavam passando por uma espécie de crise de meia-idade, apostando numa linha de pesquisa que muitos colegas poderiam não compreender, ou da qual se poderiam ressentir. Mas também sentiam uma animação intelectual que vem das coisas realmente novas. Até mesmo os leigos sentiam isso, os que estavam interessados nisso. Para Freeman Dyson, do Instituto de Estudos Avançados, a informação sobre o caos foi "como um choque elétrico" na década de 70. Outros sentiram que pela primeira vez em suas vidas profissionais estavam testemunhando uma verdadeira mudança de paradigma, uma transformação de uma maneira de pensar.

Os que perceberam o caos logo de início sofreram, sem saber como colocar seus pensamentos e suas descobertas em forma pu-

blicável. Seu trabalho situava-se entre disciplinas — por exemplo, era demasiado abstrato para os físicos, porém, demasiado experimental para os matemáticos. Para alguns, a dificuldade de comunicar as novas idéias e a feroz resistência dos círculos tradicionais mostrou como era revolucionária a nova ciência. Idéias superficiais podem ser assimiladas; idéias que exigem uma reorganização da imagem que se faz do mundo provocam hostilidade. Um físico do Instituto de Tecnologia da Geórgia, Joseph Ford, começou citando Tolstoi: "Eu sei que a maioria dos homens, inclusive os que se sentem à vontade com problemas da maior complexidade, raramente podem aceitar até mesmo a mais simples e óbvia verdade, se for de molde a obrigá-los a admitir a falsidade de conclusões que tiveram grande prazer em explicar aos colegas, que orgulhosamente ensinaram a outros e que adotaram, ponto por ponto, como parte de suas próprias vidas."[8]

Muitos cientistas, que se mantinham na corrente principal da ciência, continuaram tendo apenas uma vaga idéia da ciência que surgia. Alguns deles, em especial os especialistas na dinâmica de fluidos tradicional, ressentiram-se ativamente da inovação. A princípio, as alegações feitas em favor do caos pareciam insensatas e nada científicas. E o caos valia-se de uma matemática que parecia inconvencional e difícil.

Quando os especialistas em caos se generalizaram, alguns departamentos de universidades não viram com bons olhos esses estudiosos um tanto desencaminhados; outros, procuraram mais especialistas em caos. Algumas publicações criaram regras tácitas contra artigos sobre o caos; outras passaram a publicar exclusivamente trabalhos sobre ele. Os caoticistas ou caologistas (esses neologismos eram ouvidos)[9] começaram a surgir com desproporcional freqüência nas listas anuais de bolsas e prêmios importantes. Em meados da década de 80 um processo de difusão acadêmica tinha levado os especialistas em caos a posições de influência nas burocracias universitárias. Centros e institutos foram fundados para especializar-se na "dinâmica não-linear" e nos "sistemas complexos".

O caos tornou-se não apenas teoria, mas também método; não apenas um cânone de crenças, mas também uma maneira de fazer ciência. O caos criou sua técnica própria de usar computadores, técnica que não exige a enorme velocidade dos Crays e Cybers, mas até favorece terminais modestos que permitem interação flexível. Para os pesquisadores do caos, a matemática tornou-se uma ciência experimental, com o computador substituindo os laboratórios cheios de tubos de ensaio e microscópios. Imagens gráficas são a chave. "É masoquismo um matemático prescindir de imagens", diria um especialista em caos. "Como podem eles ver a relação entre

este e aquele movimento? Como podem desenvolver a intuição?"[10] Alguns realizam seu trabalho negando explicitamente que seja uma revolução; outros, deliberadamente, usam a linguagem de Kuhn, de mudanças de paradigmas para descrever as modificações que testemunham.

Estilisticamente, os primeiros trabalhos de caos lembravam a era de Benjamin Franklin, porque voltavam aos princípios básicos. Como observa Kuhn, as ciências tradicionais têm como certo um corpo de conhecimento que serve de ponto de partida comum para as investigações. Para não aborrecer os colegas, os cientistas começam e terminam habitualmente os seus trabalhos com observações esotéricas. Em contraste, os artigos sobre o caos, a partir de fins da década de 70, pareciam evangélicos, desde o preâmbulo até a peroração. Declaravam novos credos e com freqüência terminavam com pedidos de ação. *Estes resultados parecem-nos ao mesmo tempo entusiasmantes e altamente provocativos.*[11] *Uma imagem teórica da transição para a turbulência está apenas começando a surgir. O coração do caos é matematicamente acessível.*[12] *O caos pressagia agora o futuro como ninguém negará.*[13] *Mas, para aceitar o futuro, devemos renunciar a grande parte do passado.*

Novas esperanças, novos estilos e, o que é mais importante, uma nova maneira de ver. As revoluções não ocorrem aos poucos.[14] Uma explicação da natureza substitui outra. Velhos problemas são vistos sob uma luz nova e outros problemas são identificados pela primeira vez. Ocorre algo semelhante à reformulação das ferramentas de toda uma indústria para uma nova produção. Nas palavras de Kuhn, "É antes como se a comunidade profissional tivesse sido subitamente transportada para outro planeta, onde os objetos familiares são vistos sob uma luz diferente e ao lado de outros, não-familiares."[15]

O camundongo de laboratório da nova ciência foi o pêndulo: emblema da mecânica clássica, exemplo de ação forçada, epítome da regularidade mecânica. Um peso oscila, livre, na ponta de uma haste. O que poderia estar mais longe do descontrole da turbulência?

Quando Arquimedes teve a sua tina de banho e Newton a sua maçã, segundo a lenda comum e suspeita, Galileu teve uma lâmpada de igreja, que oscilava de um lado para outro, repetidamente, sempre, enviando uma mensagem monótona para a sua consciência.[16] Christian Huygens transformou a previsibilidade do pêndulo num meio de contar o tempo, lançando a civilização ocidental por uma estrada da qual não havia retorno. Foucault, no Panteão de Paris, usou um pêndulo da altura de vinte andares para demonstrar a rotação

da terra. Todos os relógios, mesmo os de pulso (até a era do quartzo vibratório), valiam-se de um pêndulo, de diferentes tamanhos ou formas. (A oscilação do quartzo não é, quanto a isso, muito diferente.) No espaço, livre de atrito, o movimento periódico vem das órbitas dos corpos celestes, mas na terra praticamente todas as oscilações regulares vêm de algum primo do pêndulo. Circuitos eletrônicos básicos são descritos por equações exatamente iguais às que descrevem o peso oscilante. As oscilações eletrônicas são milhares de vezes mais rápidas, mas a física é a mesma. No século XX, porém, a mecânica clássica era um assunto estritamente para salas de aula e projetos rotineiros de engenharia. Pêndulos enfeitavam os museus de ciência, tornavam mais animadas as lojas de presentes nos aeroportos, na forma de "bolas espaciais" rotativas, de plástico. Nenhum físico pesquisador se preocupava com eles.

Não obstante, o pêndulo ainda encerrava surpresas. Tornou-se uma pedra de toque, como havia sido para a revolução de Galileu. Quando Aristóteles olhou para um pêndulo,[17] viu um peso tentando cair em direção à terra, mas oscilando violentamente de um lado para outro porque estava preso ao seu fio. Para o ouvido moderno, isso parece tolice. Para alguém limitado pelos conceitos clássicos de movimento, inércia e gravidade, é difícil apreciar a visão do mundo, coerente consigo mesma, que estava encerrada na compreensão aristotélica do pêndulo. O movimento físico, para Aristóteles, não era uma quantidade ou uma força, mas uma espécie de modificação, assim como o crescimento de uma pessoa é uma espécie de modificação. O peso que cai está simplesmente buscando o seu estado mais natural, aquele que atingirá se entregue a si mesmo. Nesse contexto, a opinião de Aristóteles tinha sentido. Por outro lado, quando Galileu olhava para um pêndulo, via uma regularidade que podia ser medida. Sua explicação exigia uma compreensão revolucionária dos objetos em movimento. A vantagem de Galileu sobre os gregos antigos não eram os dados melhores. Pelo contrário, sua idéia de medir com precisão os movimentos do pêndulo era reunir alguns amigos para contar as oscilações num período de 24 horas — uma experiência que exigia muito trabalho. Galileu via a regularidade porque já tinha uma teoria que a previa. Compreendia o que Aristóteles não podia compreender: que um objeto em movimento tende a manter esse movimento, que uma modificação de velocidade ou direção só podia ser explicada por alguma força externa, como o atrito.

De fato, tão vigorosa era a sua teoria que ele via regularidade onde esta não existia. Afirmou que um pêndulo de determinado comprimento não só faz seus movimentos com absoluta precisão de tempo, como também mantém esse tempo, qualquer que seja

a extensão do ângulo de oscilação. Um pêndulo de oscilação mais ampla tem de percorrer maior distância, mas o faz com mais rapidez. Em outras palavras, seu período permanece independente de sua amplitude. "Se dois amigos se puserem a contar as oscilações, um contando as mais amplas e outro as curtas, verão que podem contar não apenas dezenas, mas até mesmo centenas, sem discordar numa única, ou em parte de uma."[18] Galileu expôs sua idéia em termos de experimentação, mas a teoria a tornou convincente — a ponto de ser ainda ensinada como um evangelho na maioria dos cursos de física das escolas secundárias. Mas está errada. A regularidade vista por Galileu é apenas uma aproximação. A variação do ângulo do movimento do peso do pêndulo cria uma leve não-linearidade nas equações. Em baixas amplitudes de oscilação, o erro é quase inexistente. Mas existe, e é mensurável até mesmo numa experiência tão grosseira quanto a que Galileu descreve.

As pequenas não-linearidades eram facilmente ignoradas. Quem realiza experiências aprende logo que vive num mundo imperfeito. Nos séculos decorridos desde Galileu e Newton, a busca de regularidade na experimentação tem sido fundamental. Qualquer experimentalista procura quantidades que permaneçam estáveis, ou quantidades que sejam zero. Mas isso significa não levar em conta pequenas irregularidades que interferem numa imagem fixa. Se um químico verifica que duas substâncias mantêm uma proporção constante de 2,001 num dia, e 2,003 no dia seguinte, e 1,998 num terceiro dia, seria um tolo se não procurasse uma teoria para explicar uma proporção perfeita de dois para um.

Para conseguir resultados fixos, Galileu teve também de colocar de lado as não-linearidades que conhecia: atrito e resistência do ar. A resistência do ar é um problema conhecido nas experiências, uma complicação que tinha de ser afastada para se chegar à essência da nova ciência da mecânica. Cai a pena tão depressa quanto a pedra? Todas as experiências com objetos em queda dizem que não. A história de Galileu jogar bolas do alto da torre de Pisa, como mito, é uma história sobre a *modificação* das intuições com a invenção de um mundo científico ideal, onde as regularidades podem ser separadas da desordem da experiência.

Isolar os efeitos da gravidade sobre determinada massa dos efeitos da resistência do ar foi uma brilhante realização intelectual. Permitiu a Galileu aproximar-se da essência da inércia e do *momentum*. Ainda assim, no mundo real, os pêndulos acabam fazendo exatamente o que o estranho paradigma de Aristóteles previa. Eles param.

Ao lançar as bases para a modificação de paradigma seguinte, os físicos começaram a enfrentar o que muitos acreditavam ser uma

deficiência em seus conhecimentos dos sistemas simples, como o pêndulo. Em nosso século, processos dispersivos como o atrito foram identificados, e os estudantes aprenderam a incluí-los nas equações. Aprenderam também que os sistemas não-lineares eram habitualmente insolúveis, o que era verdade, e que tendiam a constituir exceções — o que não era verdade. A mecânica clássica descrevia o comportamento de classes inteiras de objetos móveis, pêndulos e pêndulos duplos, molas espirais e hastes recurvadas, cordas tocadas com os dedos e cordas de arcos. A matemática aplicava-se aos fluidos e aos sistemas elétricos. Mas quase ninguém, na era clássica, suspeitou o caos que podia ser encontrado por trás dos sistemas dinâmicos, se a não-linearidade fosse levada em conta.

O físico não podia compreender realmente a turbulência ou a complexidade, a não ser que compreendesse os pêndulos — e os compreendesse de uma maneira que era impossível na primeira metade do século XX. Quando o caos começou a unir o estudo de diferentes sistemas, a dinâmica do pêndulo ampliou-se, passando a cobrir altas tecnologias, que iam dos *lasers* às junções supercondutoras Josephson. Algumas reações químicas exibiam um comportamento semelhante ao pêndulo, como acontecia com o pulsar do coração. As inesperadas possibilidades estenderam-se, como escreveu um físico, à "medicina fisiológica e psiquiátrica, à previsão econômica e talvez à evolução da sociedade".[19]

Observemos um balanço de criança. O balanço acelera quando desce, desacelera quando sobe, perdendo em todo o trajeto um pouco de velocidade em virtude do atrito. Recebe um impulso regular — de algum mecanismo, digamos. Toda a nossa intuição nos diz que, qualquer que seja o lugar por onde o balanço comece, todo o movimento acabará por chegar a um padrão regular, de um lado para outro, com o balanço atingindo a mesma altura, a cada vez. Isso pode acontecer.[20] Mas, por estranho que pareça, o movimento também pode tornar-se incerto, primeiro alto, depois baixo, sem seguir nunca um padrão constante e sem repetir nunca exatamente o mesmo padrão de oscilações.[21]

O comportamento surpreendente, irregular, vem de um desvio não-linear no fluxo de energia, tanto para o balanço como do balanço, que é um oscilador simples. O balanço é amortecido e impulsionado: amortecido porque o atrito tenta pará-lo, impulsionado porque recebe um impulso periódico. Mesmo quando um sistema amortecido e impulsionado está em equilíbrio, ele não está em equilíbrio, e o mundo está cheio desses sistemas, a começar pelas condições atmosféricas, amortecidas pelo atrito do ar e da água em movimento e pela dissipação do calor no espaço exterior, e impulsionadas pela pressão constante da energia solar.

A imprevisibilidade, porém, não foi a razão pela qual físicos e matemáticos começaram a levar os pêndulos novamente a sério nas décadas de 60 e 70. Ela foi apenas o chamariz da atenção. Os estudiosos da dinâmica caótica descobriram que o comportamento irregular de sistemas simples agia como um processo *criativo*. Gerava complexidade: padrões de organização variada, por vezes estáveis e por vezes instáveis, por vezes finitos e por vezes infinitos, mas sempre com o fascínio das coisas vivas. Era por isso que os cientistas brincavam com brinquedos.

Um desses brinquedos, vendido sob o nome de "Bolas Espaciais", ou "Trapézio Espacial", é um par de bolas nas pontas de uma haste, colocada como barra transversal do T no alto de um pêndulo, com uma terceira bola, mais pesada, na base.[22] Esta última oscila de um lado para outro, enquanto a barra transversal gira livremente. Todas as três bolas têm pequenos ímãs dentro, e quando acionado, o aparelho mantém-se em movimento porque tem um eletroímã a pilhas em sua base. Esse ímã sente a aproximação da bola inferior e dá-lhe um pequeno impulso magnético quando ela passa. Por vezes o aparelho adquire uma oscilação rítmica, constante. Em outras ocasiões, porém, seu movimento parece caótico, sempre variado e sempre surpreendente.

Outro brinquedo comum feito com o pêndulo é chamado pêndulo esférico — um pêndulo que pode oscilar não apenas com o movimento de vai-e-vem, mas em qualquer direção. Pequenos ímãs são colocados na sua base; eles atraem o peso de metal, e quando o pêndulo parar, terá sido dominado por um dos ímãs. A idéia é colocar o pêndulo num movimento oscilatório e adivinhar que ímã ganhará. Nem mesmo com apenas três ímãs colocados num triângulo, o movimento do pêndulo pode ser previsto. Ele oscilará de um lado para outro entre A e B por algum tempo, depois passará a oscilar entre B e C e, quando parece que se decidirá por C, volta novamente a A. Suponhamos que um cientista explore sistematicamente o comportamento desse brinquedo fazendo um mapa, como se segue: escolhe um ponto de partida; coloca o peso do pêndulo ali e o solta; marca esse ponto de vermelho, azul ou verde, dependendo do ímã que acaba atraindo o peso. Que aspecto terá o mapa? Terá regiões só de vermelho, azul, ou verde, como se poderia esperar — regiões de onde o peso oscilará seguramente para determinado ímã. Mas também pode ter regiões nas quais as cores estarão misturadas, numa infinita complexidade. Junto a um ponto vermelho, por mais de perto que examinemos, e por mais que ampliemos o mapa, haverá pontos verdes e azuis. Para todas as finalidades práticas, será impossível prever o destino do peso do pêndulo.

Tradicionalmente, os especialistas em dinâmica acreditam que escrever as equações de um sistema é compreendê-lo. Haveria melhor maneira de capturar-lhe os aspectos essenciais? Em relação ao balanço ou a um brinquedo, as equações reúnem o ângulo, a velocidade, o atrito e a força que impulsiona o pêndulo. Mas, em virtude das pequenas não-linearidades dessas equações, os especialistas se veriam incapazes de responder às mais fáceis perguntas práticas sobre o futuro do sistema. Um computador pode ocupar-se do problema simulando-o e calculando rapidamente cada ciclo. A simulação, porém, encerra problemas próprios: a minúscula imprecisão intrínseca a cada cálculo cresce rapidamente, porque se trata de um sistema com uma dependência sensível das condições iniciais. Em pouco tempo, o sinal desaparece e tudo o que resta é o barulho.

Mas será mesmo? Lorenz descobriu a imprevisibilidade, mas também descobriu padrões. Outros descobriram sugestões de estruturas em meio a comportamentos aparentemente aleatórios. O exemplo do pêndulo era demasiado simples e podia ser ignorado, mas os que preferiram não ignorá-lo descobriram uma mensagem estimulante. Perceberam que num certo sentido a física compreendia perfeitamente os mecanismos fundamentais do movimento pendular, mas não podia estender essa compreensão aos prazos longos. As peças microscópicas eram perfeitamente claras; o comportamento macroscópico permanecia um mistério. A tradição de examinar os sistemas localmente — de isolar os mecanismos para depois somá-los — estava começando a desmoronar. Para os pêndulos, para os fluidos, para os circuitos eletrônicos, para os *lasers*, o conhecimento das equações fundamentais já não parecia ser o tipo de conhecimento adequado.

No decorrer da década de 60, cientistas fizeram, individualmente, descobertas que se comparavam às de Lorenz: um astrônomo francês[23] ao estudar as órbitas galácticas, por exemplo, e um engenheiro eletricista japonês[24] ao criar modelos de circuitos eletrônicos. Mas a primeira tentativa deliberada, coordenada, de compreender como o comportamento global podia diferir do comportamento local foi feita por matemáticos. Entre eles estavam Stephen Smale, da Universidade da Califórnia em Berkeley, já famoso por deslindar os mais esotéricos problemas da topologia multidimensional. Um jovem físico,[25] para entabular conversa, perguntou a Smale em que ele estava trabalhando. A resposta o espantou: "Osciladores". Era absurdo. Osciladores: pêndulos, molas ou circuitos elétricos — eram problemas que o físico liquidava logo no início de seus estudos. Eram fáceis. Por que um grande matemático estaria estudando física elementar? Só anos depois o jovem compreendeu que Smale

se estava ocupando de osciladores não-lineares, osciladores caóticos, e vendo coisas que os físicos tinham aprendido a não ver.

Smale fez uma má conjectura. Nos mais rigorosos termos matemáticos, ele afirmou que praticamente todos os sistemas dinâmicos tendiam a adotar, na maioria dos casos, um comportamento que não era demasiado estranho. Como verificou logo, as coisas não eram assim tão simples.

Smale era um matemático que não só resolvia problemas, como também criava programas de problemas para que outros resolvessem.[26] Transformou seu conhecimento de história e sua intuição sobre a natureza na capacidade de anunciar, tranqüilamente, que toda uma área de pesquisa ainda não tentada era agora digna do tempo de um matemático. Como um homem de negócios bem-sucedido, calculou os riscos e planejou friamente sua estratégia; e ele tinha uma característica de Pied Piper*. Quando Smale liderava, muitos o seguiam. Sua reputação, porém, não se limitava à matemática. Em princípios da guerra do Vietnã, ele e Jerry Rubin organizaram "Dias Internacionais de Protesto" e patrocinaram tentativas de impedir que trens que transportavam soldados passassem pela Califórnia. Em 1966, enquanto a Comissão de Atividades Antiamericanas do Congresso tentava convocá-lo a depor, ele se dirigia para Moscou, a fim de comparecer ao Congresso Internacional de Matemáticos. Ali, foi agraciado com a Medalha Fields, a mais alta honraria de sua profissão.

O que aconteceu em Moscou naquele verão tornou-se parte indelével da lenda de Smale.[27] Cinco mil matemáticos agitados e agitadores se tinham reunido ali. A tensão política era forte. Circulavam petições. Quando o encontro se aproximava do fim, Smale atendeu à solicitação de um repórter norte-vietnamita, dando uma entrevista coletiva nas amplas escadarias da Universidade de Moscou. Começou condenando a intervenção americana no Vietnã e logo depois, quando seus anfitriões ainda estavam sorrindo, acrescentou uma condenação da invasão soviética da Hungria e da ausência de liberdade política na União Soviética. Quando terminou, foi retirado dali rapidamente, de carro, para ser interrogado por funcionários soviéticos. Ao voltar para a Califórnia, a Fundação Nacional da Ciência cancelou o auxílio que lhe vinha prestando para pesquisas.[28]

---

* Herói alemão lendário, que tinha o dom de convencer as pessoas a segui-lo, especialmente em empresas absurdas. (N. do T.)

A Medalha Fields, ganha por Smale, honrava um famoso trabalho em topologia, ramo da matemática que floresceu no século XX e teve seus dias de maior glória na década de 50. A topologia estuda as propriedades que permanecem inalteradas quando as formas se modificam ao serem submetidas a torções, dilatações ou compressões. Se a forma é quadrada ou redonda, grande ou pequena, é irrelevante em topologia, porque a dilatação pode modificar tais propriedades. Os topologistas indagam se a forma está ligada, se tem buracos, se tem protuberâncias. Imaginam superfícies não apenas nos universos unidimensional, bidimensional e tridimensional de Euclides, mas em espaços de muitas dimensões, cuja visualização é impossível. A topologia é a geometria com formas de borracha. Preocupa-se mais com os aspectos qualitativos do que com os quantitativos. Pergunta, caso não saibamos as medidas, o que podemos dizer sobre a estrutura geral. Smale tinha resolvido um dos importantes e históricos problemas da topologia, a hipótese de Poincaré, para espaços de cinco dimensões ou mais, e com isso conquistou uma posição segura como um dos grandes homens deste campo. Na década de 60, porém, deixou a topologia para tentar um território inexplorado. Começou a estudar os sistemas dinâmicos.

As duas matérias, topologia e sistemas dinâmicos, remontavam a Henri Poincaré, que as via como as duas faces da mesma moeda. Poincaré foi, na passagem do século, o último grande matemático a fazer com que a imaginação geométrica tivesse influência nas leis do movimento do mundo físico. Foi o primeiro a perceber a possibilidade do caos; seus trabalhos indicavam uma espécie de imprevisibilidade quase tão séria como a descoberta por Lorenz. Depois da morte de Poincaré, porém, enquanto a topologia florescia, os sistemas dinâmicos se atrofiaram. Até o nome deixou de ser usado; a matéria para a qual Smale voltou-se era chamada, oficialmente, de equações diferenciais. As equações diferenciais descrevem a maneira pela qual os sistemas se modificam constantemente com o tempo. A tradição consistia em examinar tais coisas doponto de vista local, isto é, engenheiros ou físicos examinavam uma série de possibilidades de cada vez. Como Poincaré, Smale queria compreendê-las globalmente, ou seja, queria compreender todo o reino de possibilidades ao mesmo tempo.

Qualquer série de equações descritivas de um sistema dinâmico — as de Lorenz, por exemplo — permite a fixação de certos parâmetros iniciais. No caso da convenção térmica, um parâmetro relaciona-se com a viscosidade do fluido. Grandes variações nos parâmetros podem causar grandes diferenças num sistema — por exemplo, a diferença entre chegar-se a um regime estacionário ou à oscilação periódica. Os físicos, porém, supunham que modifica-

ções muito pequenas provocariam apenas diferenças muito pequenas nos números, e não modificações qualitativas no comportamento.

Relacionar a topologia com os sistemas dinâmicos é criar a possibilidade de usar uma forma para ajudar a visualizar toda a gama de comportamentos de um sistema. Para um sistema simples, a forma poderia ser uma espécie de superfície curva; para um sistema complicado, um tubo de muitas dimensões. Um único ponto nessa superfície representa o estado de um sistema num momento congelado de tempo. Quando o sistema avança no tempo, o ponto se move, traçando uma órbita através dessa superfície. Encurvar um pouco a forma corresponde a modificar os parâmetros do sistema, tornando um fluido mais viscoso ou impulsionando o pêndulo com um pouco mais de força. Formas que mantêm aproximadamente a mesma aparência exibem aproximadamente os mesmos tipos de comportamento. Se pudermos visualizar a forma, poderemos compreender o sistema.

Quando Smale se voltou para os sistemas dinâmicos, a topologia, como a maioria da matemática pura, era praticada com um desprezo explícito pelas aplicações no mundo real. As origens da topologia estavam próximas da física, mas para os matemáticos as origens físicas estavam esquecidas, e as formas eram estudadas por si mesmas. Smale acreditava plenamente nessa atitude — era o mais puro dos puros — e apesar disso tinha a idéia de que o desenvolvimento abstrato, esotérico, da topologia poderia contribuir com alguma coisa para a física, tal como Poincaré pretendia na passagem do século.

Uma das primeiras contribuições de Smale foi a sua hipótese errônea. Em termos físicos, ele estava propondo uma lei da natureza mais ou menos assim: um sistema pode comportar-se de maneira irregular, mas o comportamento irregular não pode ser *estável*. A estabilidade — "estabilidade no sentido de Smale", como os matemáticos diziam por vezes — era uma propriedade crucial. O comportamento estável num sistema era um comportamento que não desaparecia apenas porque algum número era modificado um pouquinho. Qualquer sistema podia ter comportamentos estável e instável ao mesmo tempo. As equações que governam a permanência de um lápis sobre a sua ponta têm uma boa solução matemática com o centro de gravidade diretamente acima da ponta — mas não podemos colocar um lápis sobre sua ponta porque a solução é instável. A menor perturbação faz com que o sistema escape dessa solução. Por outro lado, uma bola de gude no fundo de uma tigela permanece ali, porque se a bola for levemente perturbada, rola novamente para o ponto inicial. Os físicos supunham que qualquer comportamento que pudessem observar regularmente na prática, teria

de ser estável, já que nos sistemas reais pequenas perturbações e incertezas são inevitáveis. Nunca conhecemos exatamente os parâmetros. Se quisermos um modelo que seja ao mesmo tempo fisicamente realista e resistente às pequenas perturbações, os físicos dirão que certamente queremos um modelo estável.

A má notícia chegou pelo correio logo depois do Natal de 1959, quando Smale vivia temporariamente num apartamento no Rio de Janeiro, com a mulher, dois filhos pequenos e uma grande quantidade de fraldas. Sua hipótese tinha definido uma classe de equações diferenciais, todas estruturalmente estáveis. Qualquer sistema caótico, dizia ele, é passível de uma aproximação tão grande quanto se deseje, por um sistema na sua classe. Mas isso não acontecia. Uma carta de um colega[29] informava que muitos sistemas não se comportavam tão bem quanto ele imaginara, e descrevia um contra-exemplo, um sistema com caos e estabilidade, juntos. Esse sistema era resistente. Se fosse levemente perturbado, como qualquer sistema natural é constantemente perturbado pelo ruído, a estranheza não desaparecia. Resistente e estranho — Smale estudou a carta com uma descrença que foi desaparecendo lentamente.[30]

Caos e instabilidade, conceitos que estavam apenas começando a adquirir definições formais, não eram a mesma coisa. Um sistema caótico podia ser estável se sua irregularidade específica perdurasse diante de pequenas perturbações. O sistema de Lorenz era um exemplo, embora transcorressem anos antes que Smale ouvisse falar de Lorenz. O caos descoberto por Lorenz, com toda a sua imprevisibilidade, era tão estável quanto uma bola de gude numa tigela. Poderíamos acrescentar ruído ao sistema, sacudi-lo, agitá-lo, interferir em seu movimento, mas quando tudo se acalmava, quando as interferências passageiras desapareciam como ecos num precipício, o sistema voltava ao mesmo padrão singular de irregularidades de antes. Era localmente imprevisível, globalmente estável. Sistemas dinâmicos reais agiam segundo uma série de regras mais complicadas do que se tinha imaginado. O exemplo descrito na carta do colega de Smale era um outro sistema simples, descoberto havia mais de uma geração, e quase esquecido. Era um pêndulo disfarçado: um circuito eletrônico oscilante. Era não-linear e era periodicamente alimentado, como uma criança num balanço.

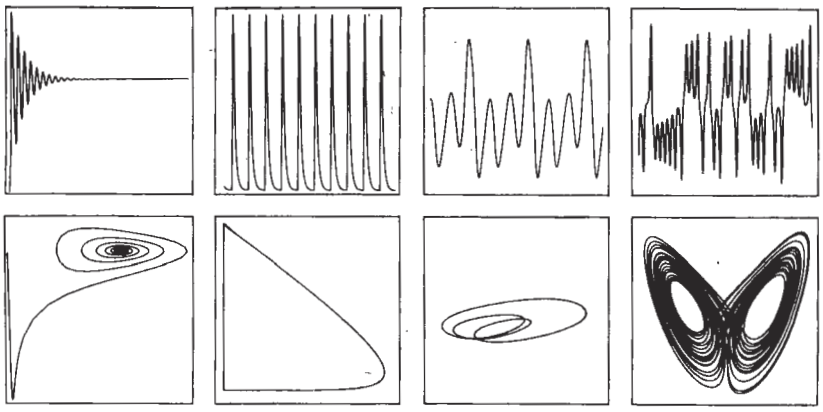
Era uma válvula eletrônica, realmente, investigada na década de 20 por um engenheiro eletricista holandês chamado Balthasar van der Pol.[31] Um estudante moderno de física investigaria o comportamento desse oscilador examinando a linha traçada na tela de um osciloscópio. Van der Pol não dispunha de um osciloscópio, por isso tinha de acompanhar seu circuito ouvindo as variações de tom num aparelho telefônico. Teve a satisfação de descobrir regularida-

des no comportamento ao mudar a corrente que o alimentava. O tom saltava de freqüência para freqüência, como se subisse uma escada, deixando uma freqüência e firmando-se solidamente na seguinte. Não obstante, de vez em quando Van der Pol notava alguma coisa estranha. O comportamento parecia irregular, de uma maneira que ele não conseguia explicar. Não se preocupou, porém. "Muitas vezes ouvimos um ruído irregular nos telefones, antes que a freqüência passe para o valor inferior seguinte", escreveu numa carta a *Nature*. "Trata-se, porém, de um fenômeno subsidiário".[32] Ele foi um dos muitos cientistas que teve a percepção do caos, mas não dispunha de uma linguagem para compreendê-lo. Para quem estava tentando fazer válvulas eletrônicas, o bloqueio de freqüência era importante. Mas, para as pessoas que tentavam compreender a natureza da complexidade, o comportamento realmente interessante seria o "barulho irregular" criado pelas trações conflitantes de freqüências maiores e menores.

Mesmo errada, a hipótese de Smale o colocou diretamente no caminho de uma nova maneira de conceber toda a complexidade dos sistemas dinâmicos. Vários matemáticos tinham examinado as possibilidades do oscilador de Van der Pol, e Smale transferiu o trabalho deles para uma nova esfera. Sua única tela de osciloscópio era sua mente, mas uma mente condicionada por anos de exploração do universo topológico. Smale concebeu toda a gama de possibilidades do oscilador, todo o espaço de fase, como os físicos diziam. Qualquer estado do sistema num momento congelado no tempo era representado como um ponto no espaço de fase; toda informação sobre sua posição ou velocidade estava encerrada nas coordenadas daquele ponto. Quando o sistema se modificava de alguma maneira, o ponto movia-se para uma nova posição no espaço de fase. Quando o sistema se modificava continuamente, o ponto traçava uma trajetória.

Para um sistema simples como o pêndulo, o espaço de fase poderia ser apenas um retângulo: o ângulo do pêndulo num dado momento determinaria a posição leste-oeste de um ponto e a velocidade do pêndulo determinaria a posição norte-sul. Para um pêndulo que oscilasse regularmente de um lado para outro, a trajetória pelo espaço de fase seria um *loop*, repetindo-se à medida que o sistema atravessasse a mesma seqüência de posições repetidas vezes.

Em lugar de examinar uma trajetória específica, Smale concentrou-se no comportamento de todo o espaço, à medida que o sistema se modificava — quando maior energia propulsora lhe era acrescentada, por exemplo. Sua intuição pulou da essência física do sistema para um novo tipo de essência geométrica. Seus instrumentos eram as transformações topológicas das formas no espaço

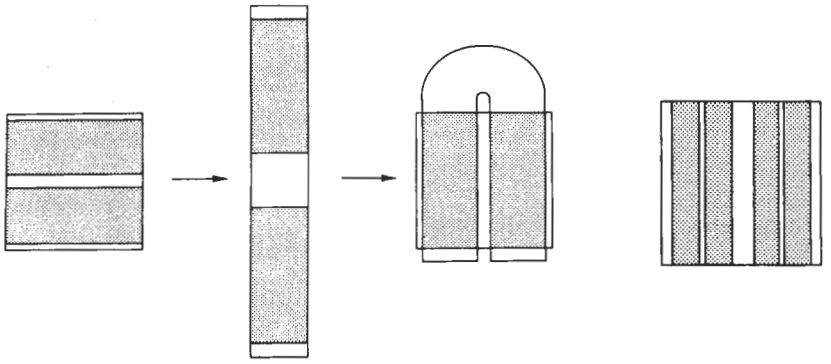


RETRATOS NO ESPAÇO DE FASE. As séries temporais tradicionais (*ao alto*) e as trajetórias no espaço de fase (*embaixo*) são duas maneiras de mostrar os mesmos dados e conseguir um retrato do comportamento do sistema a longo prazo. O primeiro sistema (*esquerda*) converge para um regime estacionário — um ponto no espaço de fase. O segundo repete-se periodicamente, formando uma órbita cíclica. O terceiro repete-se num ritmo de valsa mais complicada, um ciclo com "período três". O quarto é caótico.

de fase — transformações como dilatação e compressão. Por vezes essas transformações tinham um significado físico claro. A dissipação num sistema, a perda de energia pelo atrito, significava que a forma do sistema no espaço de fase se contrairia como um balão que perde o gás — encolhendo-se finalmente a um ponto, no momento em que o sistema pára totalmente. Para representar a complexidade total do oscilador de Van der Pol, ele compreendeu que o espaço de fase teria de sofrer um novo e complexo tipo de combinação de transformações. Converteu rapidamente sua idéia sobre a visualização do comportamento global num novo tipo de modelo. Sua inovação — uma imagem duradoura do caos nos anos que se seguiram — foi uma estrutura que se tornou conhecida como a ferradura.

Para fazer uma versão simples da ferradura de Smale,[33] toma-se um retângulo, aperta-se no alto e embaixo, até transformá-lo numa barra horizontal. Toma-se uma das pontas da barra, dobra-se e estende-se até a altura da outra ponta, formando uma espécie de C, como uma ferradura. Imagine-se em seguida a ferradura enquadrada num novo retângulo e repita-se a mesma transformação, encolhendo, dobrando e espichando.

O processo reproduz o trabalho de uma máquina de fazer caramelo, ou puxa-puxa,[34] com braços rotativos que abrem a mas-



A FERRADURA DE SMALE. Essa transformação topológica constitui uma base para o entendimento das propriedades caóticas dos sistemas dinâmicos. Os fundamentos são simples: um espaço é estendido numa direção, apertado na outra e depois dobrado. Quando o processo é repetido, produz uma espécie de mistura estruturada, conhecida de quem já bateu massa de rosca de muitas camadas. Um par de pontos que acabam juntos pode ter começado muito separados.

sa, estendem-na, dobram-na, estendem-na novamente, e assim por diante até que a sua superfície se torna bastante longa, fina e intrincadamente contida em si mesma. Smale submeteu sua ferradura a uma variedade de fases topológicas e, matemática à parte, a ferradura proporcionou um claro visual análogo da dependência sensível das condições iniciais que Lorenz descobriria na atmosfera, alguns anos depois. Tomem-se dois pontos próximos no espaço original, e não poderemos supor onde acabarão. Eles serão muito afastados um do outro, arbitrariamente, pelo movimento de esticar e dobrar. Depois disso, dois pontos que por acaso se encontram próximos terão começado arbitrariamente muito distantes.

Originalmente, Smale esperava explicar todos os sistemas dinâmicos em termos desses movimentos de esticar e apertar — sem dobrar, ou pelo menos sem dobrar a ponto de solapar drasticamente a estabilidade do sistema. Mas comprovou-se ser necessário dobrar,[35] e isso permitiu acentuadas modificações no comportamento dinâmico. A ferradura de Smale ficou sendo a primeira de muitas formas geométricas novas que deram aos matemáticos e físicos uma nova intuição sobre as possibilidades do movimento. Sob certos aspectos, ela era demasiado artificial para ser útil, ainda era muito uma criatura da topologia matemática para interessar os físicos. Serviu, porém, de ponto de partida. No decorrer da década de 60 Smale reuniu à sua volta, em Berkeley, um grupo de jovens matemáticos que compartilhavam de seu entusiasmo pelo novo trabalho com sis-

temas dinâmicos. Mais uma década se passaria antes que seu trabalho atraísse a atenção de ciências menos puras, mas quando isso aconteceu, os físicos compreenderam que Smale levara todo um ramo da matemática de volta para o mundo real. Era uma época áurea, disseram eles.[36]

"É a mudança de paradigma das mudanças de paradigmas", disse Ralph Abraham, colega de Smale que veio a ser professor de matemática da Universidade da Califórnia em Santa Cruz.[37]

"Quando iniciei meu trabalho em matemática em 1960, o que não faz muito tempo, a matemática moderna, em sua totalidade — em sua *totalidade* —, era rejeitada pelos físicos, inclusive os físicos matemáticos mais avançados. Assim, a dinâmica diferenciável, a análise global, as variedades de mapeamento, a geometria diferencial — tudo o que estava um ou dois anos à frente do que Einstein tinha usado —, eram rejeitadas. O romance entre a matemática e os físicos terminara em divórcio na década de 30. Já não se falavam. Simplesmente, desprezavam-se uns aos outros. Os físicos matemáticos não davam aos seus alunos permissão para seguir cursos de matemática com matemáticos: *Aprenda matemática conosco. Nós lhe ensinaremos tudo o que você precisa saber. Os matemáticos estão numa espécie de orgia de egoísmo terrível e destruirão a sua mente.* Isso foi em 1960. Em 1968 a situação se tinha modificado totalmente." Físicos, astrônomos e biólogos acabaram sabendo, todos, que tinham de se inteirar das novidades.

Um modesto mistério cósmico:[38] a Grande Mancha Vermelha de Júpiter, um enorme oval rotativo, como uma tempestade gigantesca, que nunca se move e nunca se esgota. Quem viu as imagens transmitidas através do espaço pelo *Voyager* 2, em 1978, reconheceu a aparência familiar de turbulência numa escala gigantesca e nada familiar. Era um dos marcos mais veneráveis do sistema solar — "a mancha vermelha bramindo como um olho angustiado / em meio à turbulência de sobrancelhas ferventes",[39] como John Updike a descreveu. Mas o que era ela? Vinte anos depois de Lorenz, Smale e outros cientistas terem apresentado um novo modo de entender os fluxos da natureza, as condições de tempo extra-terrenas de Júpiter revelavam-se um dos muitos problemas que esperavam um novo sentimento das possibilidades da natureza, proporcionado pela ciência do caos.

Durante três séculos, a mancha vinha sendo um exemplo do fenômeno em relação ao qual quanto mais se sabe, menos se sabe. Astrônomos notaram uma mancha no grande planeta pouco depois que Galileu apontou pela primeira vez seus telescópios para Júpiter. Robert Hooke viu-a na década de 1600-1610. Donati Creti pintou-

a na galeria de quadros do Vaticano. Como colorido, a mancha não demandava muitas explicações. Mas, à medida que os telescópios se foram aperfeiçoando, a maior informação mostrou que o desconhecimento era maior. O século passado produziu uma marcha constante de teorias, umas atrás das outras. Por exemplo:

Teoria do fluxo de lava — Em fins do século XIX cientistas imaginaram um enorme lago oval de lava liquefeita, saindo de um vulcão. Ou talvez a lava tivesse saído de um buraco criado por um planetóide que se chocara com uma fina crosta sólida.

Teoria da Nova Lua — Um cientista alemão afirmou, por sua vez, que a mancha era uma nova lua a ponto de emergir da superfície do planeta.

Teoria do ovo — Um fato novo e estranho: constatou-se que a mancha vagava lentamente sobre o pano de fundo do planeta. Assim, foi apresentada uma idéia em 1939, segundo a qual a mancha seria um corpo mais ou menos sólido flutuando na atmosfera tal como um ovo flutua na água. Variações dessa teoria — inclusive a idéia de uma bolha flutuante de hidrogênio ou hélio — perduraram durante décadas.

Teoria da coluna de gás — Outro fato novo: embora a mancha flutuasse, não ia nunca longe, razão pela qual cientistas afirmaram, na década de 60, que ela seria o alto de uma coluna de gás ascendente, possivelmente saindo de uma cratera.

Veio então o *Voyager*. A maioria dos astrônomos achou que o mistério desapareceria tão logo pudessem examiná-lo de perto, e na verdade a aproximação do *Voyager* proporcionou um esplêndido álbum de novas informações, mas estas, em última análise, não foram suficientes. As fotos da nave espacial revelaram, em 1978, ventos fortes e redemoinhos coloridos. Os astrônomos viram, em detalhes espetaculares, a própria mancha como um sistema de fluxo giratório semelhante a um furacão, empurrando para o lado as nuvens, mergulhado em zonas de vento leste-oeste que criava faixas horizontais em volta do planeta. Furacão foi a melhor descrição que se pôde imaginar, mas era inadequada por várias razões. Os furacões terrestres são impulsionados pelo calor liberado quando a umidade se condensa em chuva: nenhum processo de umidade impulsiona a Mancha Vermelha. Os furacões giram numa direção ciclônica, no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, acima do Equador, e no sentido dos ponteiros abaixo dele, como todas as tempestades da terra. A rotação da Mancha Vermelha é anticiclônica. E, o que é mais importante, os furacões se esgotam em poucos dias.

Ao estudarem as fotos do *Voyager*, os astrônomos também perceberam que o planeta era praticamente todo de fluido em movimento. Estavam condicionados a esperar um planeta sólido, cerca-

do de uma atmosfera muito pequena como a da terra, mas se Júpiter tinha um núcleo sólido, estava muito longe da superfície. O planeta passou a ter, de repente, a aparência de um grande experimento na dinâmica dos fluidos, e ali estava a Mancha Vermelha, girando constantemente, sem ser perturbada pelo caos que a cercava.

A mancha tornou-se um teste de *gestalt*. Os cientistas viam nela o que sua intuição lhes permitia ver. Um especialista em dinâmica de fluidos, que via a turbulência como aleatória e ruidosa, não tinha contexto para compreender uma ilha de estabilidade em seu meio. O *Voyager* tinha tornado o mistério ainda mais enlouquecedor, mostrando aspectos pequenos do fluxo, demasiado pequenos para serem vistos pelos mais potentes telescópios da terra.[40] Esses detalhes revelavam desorganização rápida, redemoinhos que apareciam e desapareciam num dia, ou menos. Não obstante, a mancha permanecia imune. O que a mantinha em movimento? O que a mantinha no lugar?

A Administração Nacional de Aeronáutica e Espaço (NASA) guarda suas fotos em arquivos, uma meia dúzia, aproximadamente, espalhados por todo o país. Um desses arquivos está na Universidade de Cornell. Ali perto, em princípios da década de 80, Philip Marcus, jovem astrônomo e estudioso da matemática aplicada, tinha seu escritório. Depois do *Voyager*, Marcus era um entre uma meia dúzia de cientistas, nos Estados Unidos e na Grã-Bretanha, que procuravam meios de criar um modelo da Mancha Vermelha. Libertados da teoria *ersatz* do furacão, encontraram análogos mais adequados em outros elementos. A Corrente do Golfo, por exemplo, serpenteando pelo oceano Atlântico ocidental, o faz de maneira que lembra sutilmente a mancha. Desenvolve pequenas ondas, que se transformam em nós, que se transformam em anéis e, girando, libertam-se da corrente principal — formando vértices lentos, de longa duração, anticiclônicos. Outro paralelo podia ser estabelecido com um fenômeno singular da meteorologia, conhecido como bloqueio. Por vezes um sistema de alta pressão se desloca para longe da costa, girando lentamente, durante semanas, ou meses, num desafio ao habitual fluxo leste-oeste. O bloqueio perturbava os modelos de previsão global, mas também dava aos meteorologistas alguma esperança, já que produzia características ordenadas de excepcional longevidade.

Marcus estudou essas fotos da NASA durante horas, as maravilhosas fotos de Hasselblad de homens na lua e as fotos da turbulência de Júpiter. Como as leis de Newton se aplicam a qualquer lugar, Marcus programou um computador com um sistema de equações de um fluido. Para entender a meteorologia joviana era necessário escrever regras para uma massa de hidrogênio e hélio densos, se-

melhante a uma estrela não-iluminada. O planeta gira depressa, cada dia valendo dez horas da terra. Esse movimento giratório produz uma violenta força de Coriolis, a força lateral que empurra uma pessoa que atravesse um carrossel, e a força de Coriolis impulsiona a mancha.

Enquanto Lorenz usou seu pequeno modelo do tempo na terra para imprimir grosseiras linhas num rolo de papel, Marcus usou um computador muito mais potente para reunir notáveis imagens coloridas. Primeiro, ele fez gráficos de contorno. Mal podia ver o que estava acontecendo. Fez em seguida, *slides*, e depois montou as imagens num desenho animado. Foi uma revelação. Em azuis, vermelhos e amarelos brilhantes, uma configuração quadriculada de vórtices em rotação se aglutinam num oval com uma fantasmagórica semelhança com a Grande Mancha Vermelha do filme animado que a NASA fez do fenômeno real. "Vê-se essa mancha em grande escala, feliz como um marisco em meio ao caótico fluxo em pequena escala, e o fluxo caótico está sugando a energia como uma esponja", disse ele. "Vêem-se pequenas estruturas filamentosas num pano de fundo de um mar de caos."[41]

A mancha é um sistema auto-organizador, criado e regulado pelas mesmas mudanças não-lineares que criam a agitação imprevisível à sua volta. É o caos estável.

Durante o curso de pós-graduação, Marcus estudara a física tradicional, resolvendo equações lineares, realizando experiências destinadas a corresponder a análises lineares. Era uma existência tranqüila, mas, afinal de contas, as equações não-lineares desafiam solução, e assim sendo, por que desperdiçar o tempo do estudante? Sua formação deveria proporcionar-lhe satisfação. Desde que mantivesse as experiências dentro de certos limites, as aproximações lineares bastavam, e ele seria recompensado com a solução esperada. De vez em quando, inevitavelmente, o mundo real se intrometeria, e Marcus veria aquilo que, anos depois, compreenderia serem sinais do caos. Parava, e dizia: "Ora, e essa pequena falha aqui?". Respondiam-lhe: "Ah, é um erro de experiência, não se preocupe com ela."[42]

Ao contrário da maioria dos físicos, porém, Marcus acabou aprendendo a lição de Lorenz, de que um sistema determinista pode produzir muito mais do que apenas um comportamento periódico. Sabia procurar a desordem, e sabia que ilhas de estrutura podem aparecer dentro da desordem. Portanto, levou para o estudo da Grande Mancha Vermelha a compreensão de que um sistema complexo pode dar origem à turbulência e à coerência, ao mesmo tempo. Podia trabalhar dentro de uma disciplina que surgia e que estava criando sua tradição própria no uso de computadores como

ferramenta de experiências. E estava disposto a considerar-se um novo tipo de cientista: e não principalmente um astrônomo, não um especialista em dinâmica dos fluidos, ou em matemática aplicada, mas um especialista em caos.

Notas

1 - O entendimento que tem Kuhn das revoluções científicas foi amplamente analisado e debatido nos 25 anos decorridos desde a sua apresentação, mais ou menos na época em que Lorenz estava programando seu computador para produzir um modelo das condições meteorológicas. Quanto às opiniões de Kuhn, baseei-me principalmente em *The Structure of Scientific Revolutions*, 2ª ed. aumentada (Chicago, University of Chicago Press, 1970), e secundariamente em *The Essential Tension: Selected Studies in Scientific Tradition and Change* (Chicago, University of Chicago, 1977); "What Are Scientific Revolutions?" (Occasional Paper nº 18, Centro de Ciência Cognitiva, Instituto de Tecnologia de Massachusetts); e em entrevista com Kuhn. Outra análise útil e importante do assunto encontra-se em I. Bernard Cohen, *Revolution in Science* (Cambridge, Mass., Belknap Press, 1985.)

2 - *Structure*, pp. 62-65, citando J.S. Bruner e Leo Postman, "On the Perception of Incongruity: A Paradigm", *Journal of Personality*, XVIII (1949), p. 206.

3 - *Structure*, p. 24.

4 - *Tension*, p. 229.

5 - *Structure*, pp. 13-15.

6 - *Tension*, p. 234.

7 - Cvitanovic.

8 - Ford, entrevista e "Chaos: Solving the Unsolvable, Predicting the Unpredictable", em *Chaotic Dynamics and Fractals*, M.F. Barnsley e S.G. Demko, orgs. (Nova York, Academic Press, 1985.)

9 - Michael Berry, porém, observa que o *Oxford English Dictionary* tem "Chaology" (raro), "a história ou descrição do caos". Berry, "The Unpredictable Bouncing Rotator: A Chaology Tutorial Machine" pré-publicação, H.H. Wills Phisics Laboratory, Bristol.

10 - Richter.

11 - J. Crutchfield, M. Nauenberg e J. Rudnick, "Scaling for External Noise at the Onset of Chaos", *Physical Review Letters*, 46 (1981), p. 933.

12 - Alan Wolf, "Simplicity and University in the Transition to Chaos", *Nature*, 305 (1983), p. 182.

13 - Joseph Ford, "What is Chaos That We Should Be Mindful of It?", prépublicação, Instituto de Tecnologia da Geórgia, Atlanta.

14 - "What Are Scientific Revolutions?", p. 23.

15 - *Structure*, p. 111.

16 - Yorke e outros.

17 - "What Are Scientific Revolutions?", pp. 2-10.

18 - *Galileo Opere*, VIII:277. Também VIII:129-30.

19 - David Tritton, "Chaos in the Swing of a Pendulum", *New Scientist*, 24 de julho de 1986, p. 37. É um ensaio legível, não-técnico, sobre as implicações filosóficas do caos do pêndulo.

20 - Na prática, alguém que empurra um balanço pode sempre produzir um movimento mais ou menos regular, presumivelmente usando um mecanismo de retroalimentação não-linear inconsciente.

21 - Entre muitas análises das possíveis complicações de um pêndulo simples impulsionado, um bom resumo é D. d'Humieres, M.R. Beasley, B.A. Huberman e A. Libchaber, "Chaotic States and Routes to Chaos in the Forced Pendulum", *Physical Review, A* 26 (1982), pp. 3483-96.

22 - Michael Berry pesquisou a física desse brinquedo, teórica e experimentalmente. Em "The Unpredictable Boucing Rotator" ele descreve uma gama de comportamentos só compreensíveis na linguagem da dinâmica caótica: "KAM tori, bifurcation of periodic orbits Hamiltonian, chaos, stable fixed points and strange attractors".

23 - Hénon.

24 - Ueda.

25 - Fox.

26 - Smale, Yorke, Guckenheimer, Abraham, May, Feigenbaum: um breve relato, um tanto anedótico, do pensamento de Smale durante esse período encontra-se em "On How I Got Started in Dynamical Systems", em Steve Smale, *The Mathematics of Time: Essays on Dynamical Systems, Economic Processes and Related Topics* (Nova York, Springer-Verlag, 1980), pp. 147-151.

27 - Raymond H. Anderson, "Moscow Silences a Critical American", *The New York Times*, 27 de agosto de 1966, p. 1; Smale, "On the Steps of Moscow University", *The Mathematical Intelligencer*, 6:2, pp. 21-27.

28 - Smale.

29 - O colega foi N. Levinson. Várias tendências da matemática, que remontam a Poincaré, reúnem-se aqui. A obra de Birkhoff é uma delas. Na Inglaterra, Mary Lucy Cartwright e J.E. Littlewood pesquisaram as sugestões de Balthasar van der Pol sobre osciladores caóticos. Esses matemáticos sabiam perfeitamente da possibilidade de caos em sistemas simples, mas Smale, como a maioria dos matemáticos bem formados, não tinha conhecimento do trabalho deles, até receber a carta de Levinson.

30 - Smale; "On How I Got Started".

31 - Van der Pol descreveu seu trabalho em *Nature*, 120 (1927), pp. 363-64.

32 - *Ibid.*

33 - A exposição matemática definitiva que Smale faz de seu trabalho é "Differentiable Dynamical Systems", *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1967, pp. 747-817 (também em *The Mathematics of Time*, pp. 1-82).

34 - Rössler.

35 - Yorke.

36 - Guckenheimer, Abraham.

37 - Abraham.

38 - Marcus, Ingersoll, Williams; Philip S. Marcus, "Coherent Vortical Features in a Turbulent Two-Dimensional Flow and the Great Red Spot of Jupiter", trabalho apresentado à 110ª Reunião da Sociedade Acústica dos Estados Unidos, Nashville, Tenessee, 5 de novembro de 1985.

39 - John Updike, "The Moons of Jupiter", *Facing Nature* (Nova York, Knopf, 1985), p. 74.

40 - Ingersoll; também Andrew P. Ingersoll, "Order from Chaos: The Atmospheres of Jupiter and Saturn", *Planetary Report*, 4:3, pp. 8-11.

41 - Marcus.

42 - Marcus.

C • A • O • S

Altos e Baixos da Vida

O resultado de um desenvolvimento matemático deve ser conferido constantemente com a nossa intuição do que constitui um comportamento biológico aceitável. Quando essa conferência revelar discordância, devemos examinar então as seguintes possibilidades:

a. *Foi cometido um erro no desenvolvimento matemático formal.*

b. *Os pressupostos de partida são incorretos e/ou constituem uma simplificação demasiado drástica.*

c. *Nossa intuição sobre o campo biológico é inadequada.*

d. *Um penetrante princípio novo foi descoberto.*

— HARVEY J. GOLD,
Mathematical Modeling of Biological Systems.

PEIXES vorazes e plâncton saboroso.[1] Florestas pluviais cheias de répteis sem nome, pássaros planando sob um teto de folhas, insetos zumbindo como elétrons num acelerador. Áreas de geada onde arganazes e lemingues florescem e diminuem com metódica periodicidade quadrienal, em face do sangrento combate da natureza. O mundo constitui um desorganizado laboratório para os ecologistas, um caldeirão com cinco milhões de espécies que interagem.[2] Ou são 50 milhões? Os ecologistas na realidade não sabem.

Biólogos com inclinações matemáticas, no século XX, criaram uma disciplina, a ecologia, que deixou de lado o barulho e a cor da vida real, e tratou as populações como sistemas dinâmicos. Os ecologistas usaram as ferramentas elementares da física matemática para descrever os fluxos e refluxos da vida. Espécies únicas multiplicando-se num lugar onde o alimento é limitado, várias espécies competindo pela existência, epidemias espalhando-se por meio de populações hospedeiras — tudo isso podia ser isolado, se não em laboratórios, pelo menos na mente dos teóricos da biologia.

Os ecologistas tinham um papel especial a desempenhar no aparecimento do caos como uma nova ciência, na década de 70. Usavam modelos matemáticos, mas sempre souberam que eram pálidas aproximações do fervilhante mundo real. De uma maneira indireta, sua consciência das limitações permitia-lhes ver a importância de algumas idéias que os matemáticos tinham considerado excentricidades interessantes. Se equações regulares podiam produzir comportamento irregular, para um ecologista isso despertava certas associações. As equações aplicadas à biologia populacional eram contrapartidas elementares dos modelos usados pelos físicos para seus pedaços do universo. Mas a complexidade dos fenômenos reais estudados nas ciências da vida superava tudo o que se podia encontrar no laboratório de um físico. Os modelos matemáticos dos biólogos tendiam a ser caricaturas da realidade,[3] como também os modelos dos economistas, demógrafos, psicólogos e planejadores urbanos, quando essas ciências não-exatas tentavam dar rigor ao seu estudo dos sistemas que se modificam com o tempo. Os padrões eram diferentes. Para o físico, um sistema de equações como o de Lorenz era tão simples que parecia praticamente transparente. Para o biólogo, até mesmo as equações de Lorenz pareciam proibitivamente complexas — tridimensionais, continuamente variáveis e analiticamente intratáveis.

A necessidade criou um estilo de trabalho diferente para os biólogos. A correspondência entre as descrições matemáticas e os sistemas reais tinha de ser feita de uma maneira diferente. Um físico, ao examinar determinado sistema (digamos, dois pêndulos ligados por uma mola), começa por escolher as equações adequadas. Vai procurá-las, de preferência, num manual; não as encontrando, vai obtê-las a partir dos princípios básicos. Ele sabe como os pêndulos funcionam e conhece as molas. Resolve então as equações, se puder. O biólogo, por outro lado, nunca poderia simplesmente deduzir as equações adequadas apenas refletindo sobre determinada população animal. Teria de recolher dados e tentar encontrar equações que produzissem resultados semelhantes. O que acontece se colocarmos mil peixes num tanque com um abastecimento limita-

do de alimentos? O que acontece se juntarmos a isso 50 tubarões que comem dois peixes por dia? O que acontece com um vírus que mata a um certo ritmo e se difunde numa certa velocidade, dependendo da densidade populacional? Os cientistas idealizaram essas perguntas, a fim de poder aplicar fórmulas secas.

Com freqüência, isso funcionava. A biologia populacional aprendeu muito com a história da vida, com a interação dos predadores e suas presas, com a maneira pela qual a modificação na densidade populacional de um país afeta a difusão de uma doença. Se apareciam certos modelos matemáticos, ou se chegavam ao equilíbrio, ou desapareciam, os ecologistas podiam levantar certas hipóteses sobre as circunstâncias nas quais uma população real, ou uma epidemia, podia se comportar da mesma maneira.

Uma simplificação útil foi fazer um modelo do mundo em termos de intervalos de tempo separados, como um relógio cujos ponteiros pulam para a frente de segundo em segundo, em lugar de deslizar continuamente. As equações diferenciais descreviam processos que se modificam suavemente com o tempo, mas as equações diferenciais são difíceis de ser calculadas. Equações mais simples — "equações de diferença" — podem ser usadas para processos que pulam de estado para estado. Felizmente, muitas populações animais fazem o que fazem em claros intervalos de um ano. Modificações anuais são, com freqüência, mais importantes do que as modificações num contínuo. Ao contrário das pessoas, muitos insetos, por exemplo, limitam-se a um único período de procriação, de modo que suas gerações não se confundem. Para calcular a população das limântrias (tipo de mariposa) ou a epidemia de sarampo do próximo inverno, o ecologista precisaria apenas conhecer o número correspondente para este ano. Um fac-símile ano a ano produz apenas uma sombra de complexidades de um sistema, mas em muitas aplicações reais tal sombra proporciona todas as informações de que o cientista precisa.

A matemática da ecologia está para a matemática do Steve Smale assim como os Dez Mandamentos estão para o Talmude: um bom conjunto de regras funcionais, mas nada muito complicado. Para descrever uma população que muda a cada ano, o biólogo usa um raciocínio que um estudante de escola secundária pode acompanhar com facilidade. Suponhamos que a população de limântrias do próximo ano dependerá totalmente da população deste ano. Podemos imaginar um quadro com todas as possibilidades específicas — 31.000 limântrias este ano significam 35.000 no ano seguinte, e assim por diante. Ou poderíamos estabelecer a relação entre todos os números deste ano e os números do próximo seguinte, como uma regra — uma função. A população (x) do próximo ano é

uma função (F) da população deste ano: $x_{\text{próximo}} = F(x)$. Qualquer função específica pode ser traçada num diagrama, dando imediatamente uma idéia de sua forma geral.

Num modelo simples como este, seguir uma população através do tempo é apenas uma questão de tomar um número de partida e aplicar a mesma função repetidamente. Para conseguir a população para um terceiro ano, basta aplicar a função ao resultado do segundo ano, e assim sucessivamente. Toda a história da população surge através desse processo de iteração funcional — uma realimentação, servindo o resultado de cada ano como o insumo do ano seguinte. A realimentação também pode escapar do controle, como ocorre quando o som de um alto-falante é apanhado pelo microfone e amplificado rapidamente num guincho insuportável. Ou pode produzir estabilidade, como faz o termostato, ao regular a temperatura de uma casa: qualquer temperatura acima de determinado ponto leva à refrigeração, e qualquer temperatura abaixo leva à calefação.

Muitos tipos diferentes de funções são possíveis. Uma abordagem ingênua da biologia populacional pode sugerir uma função que aumenta a população em certa porcentagem anual. Isso constituiria uma função linear — $x_{\text{próximo}} = rx$ — e constituiria o esquema maltusiano clássico do crescimento de população, não limitado pelo abastecimento de alimentos ou pela contenção moral. O parâmetro r representa a taxa de crescimento populacional. Digamos que é de 1,1; nesse caso, se a população deste ano for 10, a do próximo ano será 11. Se o insumo é 20.000, o produto é 22.000. A população cresce cada vez mais, como o dinheiro deixado para sempre numa conta de poupança com juros compostos.

Os ecologistas compreenderam, há gerações, que teriam de se sair melhor. Um ecologista que imaginasse peixes reais num tanque real, teria de encontrar uma função que correspondesse às cruas realidades da vida — por exemplo, a realidade da fome, ou da competição. Quando os peixes proliferam, começa a faltar alimento para eles. Uma pequena população de peixes crescerá rapidamente. Uma população excessivamente grande diminuirá. Ou vejamos os escaravelhos. Todo 1.º de agosto podemos sair ao jardim e contá-los. Para simplificar, não levamos em conta os passarinhos, as doenças dos escaravelhos, e concentramo-nos apenas no abastecimento fixo de alimentos. Se forem poucos, os besouros se multiplicarão; se forem muitos, comerão todo o jardim e morrerão de fome.

No cenário maltusiano de crescimento ilimitado, a função linear de crescimento sobe sempre. Num cenário mais realista, o ecologista precisa de uma equação com um termo extra que detenha o crescimento quando a população se tornar grande. A função mais

natural a ser escolhida se elevará acentuadamente quando a população for pequena, reduzirá o crescimento a quase zero nos valores intermediários, e cairá rapidamente quando a população for muito grande. Repetindo o processo, o ecologista pode observar a consolidação de um comportamento a longo prazo por uma população — chegando, presumivelmente, a um regime estacionário. Uma incursão bem-sucedida na matemática pelo ecologista o levaria a dizer alguma coisa como: Eis uma equação; eis uma variável que representa a taxa de reprodução; eis uma variável que representa a taxa de mortalidade natural; eis uma variável que representa a taxa de mortalidade adicional provocada pela fome ou predação; portanto, a população crescerá com *esta* velocidade até chegar *àquele* nível de equilíbrio.

Como encontrar tal função? Muitas equações diferentes poderiam funcionar, e possivelmente a mais simples delas seja uma modificação da versão maltusiana linear: $x_{\text{próximo}} = rx(1\text{-}x)$. Mais uma vez, o parâmetro r representa a taxa de crescimento, que pode ser maior ou menor. O novo termo — $1 - x$ — mantém o crescimento dentro de limites, já que quando x aumenta, $1 - x$ cai.* Qualquer pessoa, com uma calculadora, poderia escolher um valor de partida, uma taxa de crescimento, e realizar a operação aritmética para obter a população do próximo ano.

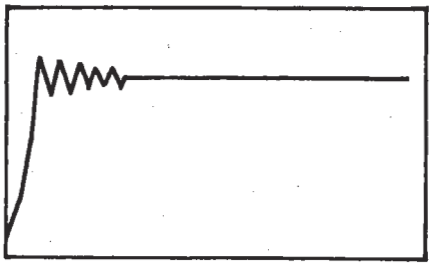
Na década de 50 vários ecologistas examinaram as variações dessa equação, conhecida como a equação da diferença logística.[4] Na Austrália, por exemplo, W.E. Ricker aplicou-a a pesqueiros reais. Os ecologistas compreenderam que o parâmetro da taxa de crescimento r representava uma característica importante do modelo.

---

* Por uma questão de conveniência, neste modelo muito abstrato, a "população" é expressa como uma fração entre zero e 1, representando o zero a extinção, e 1, a maior população concebível do tanque.

Comecemos: escolha-se um valor arbitrário para r, digamos 2,7, e uma população inicial de 0,02. Um menos 0,02 é 0,98. Multiplique-se por 0,02 e temos 0,0196. Multiplique-se isso por 2,7 e temos 0,0529. A população inicial, muito pequena, mais do que duplicou. Repita-se o processo, usando a nova população como semente, e temos 0,1353. Com uma calculadora programável barata, essa iteração é apenas uma questão de apertar um botão repetidas vezes. A população cresce para 0,3159, depois para 0,5835, depois para 0,6562 — a taxa de crescimento diminui. E então, quando a morte por inanição supera a reprodução, 0,6092. Depois, 0,6428, depois 0,6199, depois 0,6362, depois 0,6249. Os números parecem oscilar, aproximando-se porém de um número fixo: 0,6328, 0,6273, 0,6312, 0,6285, 0,6304, 0,6291, 0,6300, 0,6294, 0,6299, 0,6295, 0,6297, 0,6296, 0,6297, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296. Sucesso!

Nos dias dos cálculos com lápis e papel, e nos dias das máquinas de somar com manivelas, a exploração numérica nunca foi muito longe.



Uma população atinge o equilíbrio depois de subir, ultrapassar os limites e cair novamente.

Nos sistemas físicos, dos quais essas equações foram extraídas, tal parâmetro correspondia à quantidade de calor, ou à quantidade de atrito, ou à quantidade de qualquer outra quantidade desordenada. Em suma, à quantidade de não-linearidade. Num tanque, poderia corresponder à fecundidade dos peixes, à propensão da população não apenas para o crescimento máximo, mas também para decrescer ("potencial biótico" era o nome científico). A pergunta era: como esses parâmetros diferentes afetavam o destino final de uma população mutável? A resposta óbvia era que um parâmetro inferior faria com que essa população idealizada terminasse num nível menor. Um parâmetro maior levaria a uma maior estabilidade. Isso se revelou correto para muitos parâmetros — mas nem todos. Ocasionalmente, pesquisadores como Ricker tentaram, sem dúvida, parâmetros ainda mais altos e, quando o fizeram, devem ter visto o caos.

Estranhamente, o fluxo de números começa a comportar-se indevidamente, o que é um aborrecimento para quem esteja usando uma calculadora manual. Os números ainda não crescem sem limites, é claro, mas também não convergem para um nível estável. Evidentemente, porém, nenhum desses ecologistas antigos tinha a inclinação ou a força para continuar a produzir números que se recusavam a estabilizar-se. De qualquer modo, se a população continuava a ir e vir, os ecologistas supunham que ela oscilava em torno de algum equilíbrio subjacente. O equilíbrio era o importante. Não lhes ocorreu que poderia não haver equilíbrio.

Os livros de referência e os manuais que tratavam da equação logística, e de suas primas mais complicadas, geralmente nem sequer admitiam a possibilidade do comportamento caótico.[5] J. Maynard Smith, no clássico *Mathematical Ideas in Biology*, de 1968, fez uma avaliação padrão das possibilidades: as populações freqüentemente permanecem mais ou menos estáveis, ou então variam "com uma

periodicidade bastante regular" em torno de um presumido ponto de equilíbrio. Ele não era tão ingênuo a ponto de imaginar que as populações reais não pudessem comportar-se nunca de maneira irregular. Apenas supôs que o comportamento irregular nada tinha a ver com o tipo de modelos matemáticos que estava descrevendo. De qualquer modo, os biólogos tinham de manter esses modelos a certa distância. Se os modelos começassem a trair o conhecimento que seus donos tinham do comportamento real da população, a ausência de alguma característica sempre podia explicar a discrepância: a distribuição de idades na população, algum aspecto do território ou da geografia, ou a complicação de ter de contar dois sexos.

E, o que é mais importante, os ecologistas tinham sempre o pressuposto de que uma seqüência irregular de números provavelmente significava que a calculadora estava interferindo, ou simplesmente que não era precisa.[6] As soluções estáveis é que eram interessantes. A ordem era a sua própria recompensa. A tarefa de encontrar equações adequadas e fazer o cálculo era, afinal de contas, difícil. Ninguém queria perder tempo numa linha de investigação que se tornava irregular, não produzindo nenhuma estabilidade. E nenhum bom ecologista esqueceu jamais que suas equações eram versões muito simplificadas dos fenômenos reais. Todo o objetivo da extrema simplificação era criar um modelo da regularidade. Para que ter tanto trabalho para ver apenas o caos?

Mais tarde, diriam que James Yorke tinha descoberto Lorenz e dado à ciência do caos o seu nome. A segunda parte dessa afirmação é verdadeira.

Yorke era um matemático que gostava de se considerar um filósofo, embora profissionalmente fosse perigoso dizer isso. Era um homem brilhante, de fala macia, um admirador meio despenteado do meio despenteado Steve Smale. Como todo mundo, teve dificuldades em avaliar Smale. Mas, ao contrário da maioria, compreendeu *por que* era difícil entendê-lo. Quando tinha apenas 22 anos, ingressou num instituto interdisciplinar da Universidade de Maryland, chamado Instituto para Ciências Físicas e Tecnologia, que mais tarde viria a chefiar. Era o tipo de matemático que se sentia obrigado a dar alguma utilidade às suas idéias da realidade. Preparou um relatório sobre a disseminação da gonorréia que convenceu o governo federal a modificar as estratégias nacionais para o controle da doença.[7] Prestou depoimento oficial ao Estado de Maryland durante a crise da gasolina, na década de 70, argumentando corretamente (mas de maneira pouco convincente) que o sistema de vender gasolina alternadamente em dias pares ou ímpares apenas tor-

nava maior as filas.[8] Numa época de manifestações antibélicas, quando o governo liberou uma foto tirada por um avião-espião que supostamente mostrava multidões pouco densas em volta do Monumento a Washington, no momento culminante de um comício, ele analisou a sombra do monumento para provar que a foto tinha sido tirada meia hora depois, quando o comício já estava acabando.[9]

No instituto, Yorke tinha uma liberdade rara de trabalhar em problemas que estavam fora dos domínios tradicionais, e desfrutava de um contato permanente com especialistas de uma grande variedade de disciplinas. Um deles, um especialista em dinâmica de fluidos, tinha tomado conhecimento, em 1972, do trabalho de Lorenz intitulado "Fluxo Determinista Não-Periódico", datado de 1963, e apaixonara-se por ele, distribuindo cópias a todos os interessados. Deu uma delas a Yorke.

O trabalho de Lorenz era a espécie de mágica que Yorke vinha procurando sem mesmo ter consciência disso.[10] Para começar, foi um choque matemático — um sistema caótico que violava o esquema classificatório otimista original de Smale. Mas não era apenas matemática; era um modelo físico vivo, um retrato de um fluido em movimento, e Yorke percebeu imediatamente que era algo que desejava que os físicos vissem. Smale tinha dirigido a matemática para esses problemas físicos, mas, como Yorke compreendeu bem, a linguagem matemática continuava sendo uma barreira séria à comunicação. Se houvesse no mundo acadêmico lugar para uma espécie híbrida, os fisico-matemáticos — mas não havia. Embora o trabalho de Smale sobre os sistemas dinâmicos tivesse começado a eliminar a barreira, os matemáticos continuavam a falar uma língua, e os físicos, outra. O físico Murray Gell-Man disse certa vez: "Os membros do corpo docente estão familiarizados com certo tipo de pessoa que parece aos matemáticos um bom físico, e parece aos físicos um bom matemático. Muito adequadamente, não querem ver por perto tais pessoas."[11] Os padrões das duas profissões eram diferentes. Os físicos tinham teoremas, os matemáticos, conjeturas. Os objetos que constituíam os seus mundos eram diferentes. Seus exemplos eram diferentes.

Smale podia sentir-se satisfeito com um exemplo como o seguinte: tome um número, uma fração entre zero e um, e dobre-o. Abandone em seguida a parte inteira, a parte à esquerda da vírgula decimal. Repita o processo. Como a maioria dos números são irracionais e imprevisíveis em seus detalhes, o processo produzirá uma seqüência imprevisível de números. O físico veria nisso apenas uma banal excentricidade matemática, totalmente sem sentido, demasiado simples e demasiado abstrata para ser útil. Smale, porém, sa-

bia intuitivamente que essa excentricidade matemática existia na essência de muitos sistemas físicos.

Para o físico, um exemplo legítimo era uma equação diferencial que pudesse ser escrita de forma simples. Quando Yorke viu o trabalho de Lorenz, embora estivesse sepultado numa revista de meteorologia, sabia que era um exemplo compreensível aos físicos. Deu uma cópia a Smale, com seu endereço, para que ele pudesse devolvê-la.[12] Smale ficou surpreso ao ver que esse meteorologista tinha descoberto — *dez anos antes* — uma espécie de caos que ele próprio havia considerado matematicamente impossível. Fez várias fotocópias de "Fluxo Determinista Não-Periódico", e com isso criou a lenda de que Yorke tinha descoberto Lorenz. Todas as cópias do trabalho que apareceram em Berkeley tinham o endereço de Yorke.

Yorke sentiu que os físicos tinham *aprendido* a não ver o caos. Na vida cotidiana, a característica lorenziana da dependência sensível das condições iniciais paira sobre tudo. Um homem sai de casa, de manhã, 30 segundos mais tarde, um vaso de planta deixa de acertar a sua cabeça por uns poucos milímetros, e em seguida ele é atropelado por um caminhão. Ou, menos dramaticamente, perde o ônibus que passa a cada 10 minutos — sua conexão para um trem que passa a cada hora. Pequenas perturbações no trajeto diário de uma pessoa podem ter grandes conseqüências. Um batedor, diante de uma bola que lhe foi atirada, sabe que aproximadamente o mesmo golpe não produzirá aproximadamente o mesmo resultado, sendo o beisebol um jogo de centímetros. A ciência, porém — a ciência era diferente.

Do ponto de vista pedagógico, uma boa parcela da física e da matemática consistia — e consiste — em escrever equações diferenciais num quadro negro e mostrar aos alunos como resolvê-las. As equações diferenciais representam a realidade como um *continuum*, que se modifica suavemente de lugar para lugar e de tempos em tempos, e não é decomposto em pontos separados ou passos temporais. Como todo estudante de ciência sabe, é difícil resolver equações diferenciais. Mas em dois séculos e meio, os cientistas acumularam um enorme conjunto de conhecimentos sobre elas: manuais e catálogos de equações diferenciais, juntamente com vários métodos para resolvê-las, ou "encontrar uma integral de forma fechada" (closed-form integral), como dirá um cientista. Não é exagero afirmar que um vasto trabalho de cálculo tornou possível a maior parte dos êxitos práticos da ciência pós-medieval; nem dizer que ele constitui uma das mais engenhosas criações do ser humano na tentativa de construir um modelo do mutável mundo à sua volta. Assim, quando o cientista domina essa maneira de refletir sobre a natureza, passando a lidar confortavelmente com a teoria e a

dura prática, provavelmente já perdeu de vista um fato: a maioria das equações diferenciais não pode ser resolvida.

"Se for possível encontrar a solução de uma equação diferencial", disse Yorke, "então, necessariamente, ela não é caótica, pois para encontrá-la teremos de encontrar invariantes regulares, coisas que são conservadas, como o momento angular. Encontramos um número suficiente delas, o que nos permite chegar à solução. Mas essa é exatamente a maneira de eliminar a possibilidade de caos."[13]

Os sistemas solúveis são aqueles que os manuais mostram. Eles se comportam bem. Frente a um sistema não-linear, os cientistas terão de substituí-lo por aproximações lineares, ou encontrar alguma outra incerta porta traseira para uma abordagem. Os manuais mostraram aos estudantes apenas os raros sistemas não-lineares que cediam ante essas técnicas. Não apresentaram dependência sensível das condições iniciais. Os sistemas não-lineares com um caos real raramente eram ensinados e raramente eram aprendidos. Quando eram encontrados — e o eram — todo o treinamento recebido levava a rejeitá-los como aberrações. Poucos eram capazes de se lembrar de que os sistemas solúveis, ordenados, lineares é que constituíam as aberrações. Ou seja, eram poucos os que compreendiam como, em sua essência, a natureza é não-linear.[14] Enrico Fermi exclamou certa vez: "Não está escrito na Bíblia que todas as leis da natureza são expressáveis linearmente!"[15] O matemático Stanislaw Ulam observou que chamar o estudo do caos de "ciência não-linear" era como chamar a zoologia de "estudo dos animais não-elefantes".[16]

Yorke compreendeu. "A primeira mensagem é a de que há desordem. Os físicos e os matemáticos querem descobrir regularidades. Pergunta-se: que utilidade há na desordem? Mas é preciso conhecer a desordem para tratar dela. O mecânico de automóveis que não sabe da bôrra nas válvulas não é um bom mecânico."[17] Yorke acreditava que tanto os cientistas como os não-cientistas podiam enganar-se facilmente quanto à complexidade, se não estivessem devidamente alertas. Por que os investidores insistem na existência de ciclos nos preços do ouro e da prata? Porque a periodicidade é o comportamento ordenado mais complicado que podem imaginar. Quando vêem um complicado padrão de preços, procuram alguma periodicidade contida num pequeno ruído aleatório. E os experimentadores científicos, na física, química ou biologia, não são diferentes. "No passado, o comportamento caótico foi visto em inúmeras circunstâncias", disse Yorke. "Realizava-se uma experiência física, e a experiência se comportava de maneira irregular. Tentava-se corrigi-la, ou então ela era abandonada. O comportamento irre-

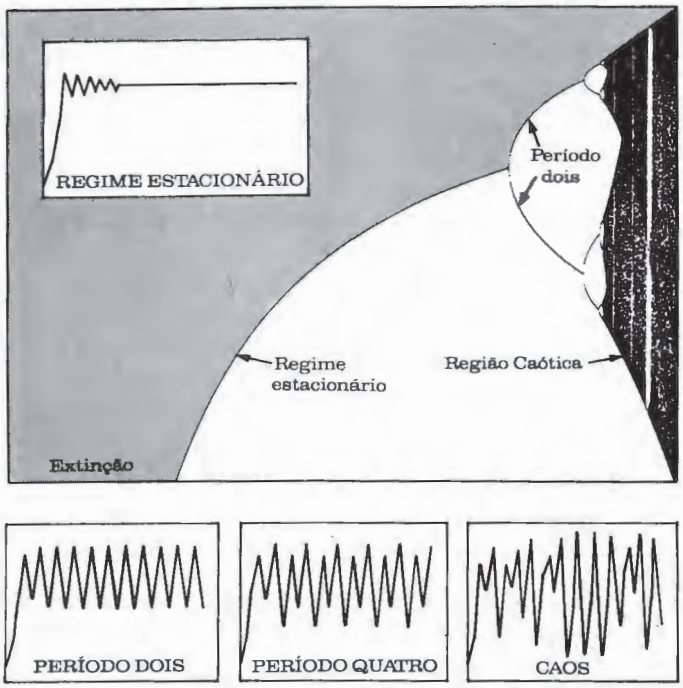
gular era explicado alegando-se que havia ruído, ou apenas que a experiência não dera certo."

Yorke convenceu-se de que havia na obra de Lorenz e Smale uma mensagem que os físicos não estavam ouvindo. Por isso, escreveu um artigo para a revista de mais ampla circulação em que lhe parecia possível publicá-lo, a *American Mathematical Monthly*. (Como matemático, ele se considerava incapaz de redigir as idéias numa forma que as revistas de física achassem aceitável; só anos depois é que descobriria o recurso de colaborar com físicos.) O artigo de Yorke era importante pelos seus próprios méritos, mas no fim seu aspecto mais influente foi seu título misterioso e malicioso: "O Período Três Subentende o Caos".[18] Seus colegas aconselharam-no a escolher alguma coisa mais sóbria, mas Yorke insistiu na palavra que veio a significar toda a crescente questão da desordem determinista. Ele conversou também com seu amigo Robert May, biólogo.

May entrou na biologia pela porta dos fundos, por assim dizer.[19] Começou como físico teórico em Sydney, na Austrália, onde nasceu, filho de um advogado brilhante, e fez seu pós-doutoramento em matemática aplicada em Harvard. Em 1971 foi passar um ano no Instituto de Estudos Avançados de Princeton, mas, em lugar de realizar o trabalho que dele se esperava, viu-se atraído pela Universidade de Princeton, para conversar com os biólogos de lá.

Ainda hoje os biólogos tendem a não ir, na matemática, muito além do cálculo. Quem gosta de matemática e tem aptidão para ela tende mais para a matemática ou a física do que para as ciências da vida. May era uma exceção. Seu interesse, a princípio, voltava-se para os problemas abstratos da estabilidade e complexidade, explicações matemáticas sobre o que permite aos competidores coexistir. Mas começou logo a focalizar as questões ecológicas mais simples relativas ao comportamento das populações singulares no tempo. Esses modelos inevitavelmente simples pareciam constituir uma concessão menor. Quando ingressou definitivamente no corpo docente de Princeton — onde acabaria sendo o deão para a pesquisa —, já tinha passado muitas horas estudando uma versão da equação da diferença logística, usando a análise matemática e também uma primitiva calculadora manual.

Na verdade, escreveu certa vez num quadro negro em Sydney a equação como um problema para alunos de pós-graduação. Ela começava a incomodá-lo. "Que diabo acontece quando lambda se torna maior do que o ponto de acumulação?"[20] Ou seja, o que acontece quando a taxa de crescimento de uma população, a sua tendência para a explosão e a decadência, passava de um ponto crítico? Experimentando diferentes valores desse parâmetro não-linear,



DUPLICAÇÃO DE PERÍODO E CAOS. Em lugar de usar diagramas individuais para mostrar o comportamento das populações com diferentes graus de fertilidade, Robert May e outros cientistas usaram "um diagrama de bifurcação" para reunir todas as informações numa única imagem.

O diagrama mostra como as modificações num parâmetro — neste caso, a ascensão e queda de uma população animal — modificam o comportamento final desse sistema simples. Os valores do parâmetro são representados da esquerda para a direita; a população final está plotada no eixo vertical. Em certo sentido, o aumento do valor do parâmetro significa pressionar o sistema, aumentando a sua não-linearidade.

Quando o parâmetro é baixo (*esquerda*), a população se extingue. Quando o parâmetro sobe (*centro*), também sobe o nível de equilíbrio da população. Se o parâmetro subir mais ainda, o equilíbrio divide-se em dois, assim como o aumento do calor num fluido em convecção provoca o aparecimento da instabilidade; a população começa a alternar entre dois níveis diferentes. A divisão, ou bifurcação, torna-se cada vez mais rápida. Depois o sistema torna-se caótico (*direita*) e a população passa por um número infinito de valores diferentes. (Ampliação da região caótica, ver páginas.....)

May verificou que podia mudar drasticamente o caráter do sistema. Aumentar o parâmetro significava aumentar o grau de não-linearidade, e isso modificava o resultado não só quantitativamente, mas também qualitativamente. Afetava não só a população final em equilíbrio, mas também a sua possibilidade de chegar a qualquer equilíbrio.

Quando o parâmetro era baixo, o modelo simples de May fixava-se num regime estável. Quando o parâmetro era alto, esse regime desfazia-se, e a população oscilava entre dois valores alternantes. Quando o parâmetro era muito alto, o sistema — *esse mesmo sistema* — parecia comportar-se de maneira imprevisível. Por quê? O que acontecia, exatamente, nos limites entre os diferentes tipos de comportamento? May não conseguia descobrir. (Nem os seus alunos de pós-graduação.)

May realizou um programa de intensa investigação numérica do comportamento dessas equações mais simples. Seu programa foi análogo ao de Smale: tentava compreender essa equação simples em sua totalidade, não local, mas globalmente. A equação era muito mais simples do que qualquer coisa que Smale tinha estudado. Parecia incrível que suas possibilidades de criar ordem e desordem não tivessem sido, há muito, esgotadas. Mas não tinham. Na verdade, o programa de May era apenas um começo. Ele investigou centenas de valores diferentes do parâmetro, colocando em ação a retroalimentação e observando para ver onde — e se — a seqüência de números se estabeleceria num ponto fixo. Focalizou cada vez mais de perto o limite crítico entre a estabilidade e a oscilação. Era como se tivesse o seu tanque de peixes, onde pudesse controlar a explosão e a decadência dos peixes. Ainda usando a equação logística $x_{\text{próximo}} = rx(1\text{-}x)$, May aumentou o parâmetro o mais lentamente que pôde. Se o parâmetro era 2,7, então a população seria 0,6292. Com a elevação do parâmetro, a população final aumentou ligeiramente, também, numa linha que subia de leve ao mover-se da esquerda para a direita, no gráfico.

De repente, porém, quando o parâmetro passou de 3, a linha se decompôs em duas. A população de peixes imaginários de May recusava-se a estabilizar-se num único valor, oscilando entre dois pontos em anos alternados. Partindo de um número baixo, a população crescia e, em seguida, variava até oscilar constantemente de um lado para outro. Aumentando um pouco mais o volume — aumentando o parâmetro um pouco mais —, a oscilação voltava a dividir-se, produzindo uma série de números que se fixavam em quatro valores diferentes, cada qual retornando a cada quatro anos.*

---

* Com um parâmetro de, digamos, 3.5, e um valor inicial de 0,4, ele veria uma série de números como esta: 0,4000, 0,8400, 0,4704, 0,8719,
0,3908, 0,8332, 0,4862, 0,8743,
0,3846, 0,8284, 0,4976, 0,8750,
0,3829, 0,8270, 0,4976, 0,8750,
0,3829, 0,8270, 0,5008, 0,8750,
0,3828, 0,8269, 0,5009, 0,8750,
0,3828, 0,8269, 0,5009, 0,8750, etc.

Agora a população aumentava e diminuía num esquema regular de quatro anos. O ciclo tinha dobrado novamente — primeiro de anual para cada dois anos, e agora para quatro. Mais uma vez, o resultante comportamento cíclico foi estável; diferentes valores de partida para a população convergiam para o mesmo ciclo quadrienal.

Como Lorenz tinha descoberto uma década antes, a única maneira de dar sentido a tais números e preservar a visão é criar um gráfico. May traçou um esboço resumindo todo o conhecimento sobre o comportamento de um sistema assim, em diferentes parâmetros. O nível do parâmetro foi traçado horizontalmente, aumentando da esquerda para a direita. A população foi representada verticalmente. Para cada parâmetro May traçou um ponto que representava o resultado final, depois que o sistema atingia o equilíbrio. À esquerda, onde o parâmetro era reduzido, esse resultado era apenas um ponto, de modo que diferentes parâmetros produziam uma linha que ascendia ligeiramente da esquerda para a direita. Quando o parâmetro passava o primeiro ponto crítico, May tinha de traçar duas populações: a linha se dividia em duas, fazendo um Y de lado, ou um garfo. Essa divisão correspondia a uma população que variava de um ciclo de um ano para um ciclo de dois anos.

Com um maior aumento do parâmetro, o número de pontos dobrava novamente, novamente e novamente. Isso era espantoso — um comportamento tão complexo, e no entanto tão torturantemente regular. "A cobra na grama matemática" foi como o definiu May. As próprias duplicações eram bifurcações, e cada bifurcação significava que o padrão de repetição sofria nova decomposição. Uma população que tinha sido estável oscilava entre diferentes níveis em anos alternados. Uma população que vinha oscilando num ciclo de dois anos, agora passava a variar no terceiro e quarto anos, passando assim ao período quatro.

Essas bifurcações ocorriam cada vez mais depressa — 4, 8, 16, 32... — e de repente, eram interrompidas. Além de certo ponto, o "ponto de acumulação", a periodicidade dava lugar ao caos, a variações que nunca se fixavam. Regiões inteiras do gráfico são totalmente obscurecidas. Se estivéssemos acompanhando uma população animal governada por essas simplíssimas equações não-lineares, pensaríamos que as mudanças de ano para ano eram absolutamente aleatórias, como se tivessem sido causadas por ruído ambiental. Não obstante, no meio dessa complexidade, retornam subitamente ciclos estáveis. Embora o parâmetro esteja subindo, o que significa estar a não-linearidade dominando cada vez mais o sistema, uma janela abria-se de repente com um período regular: um período ímpar, como 3 ou 7. O padrão da transformação populacional repete-se num ciclo de três ou de sete anos. Em seguida as

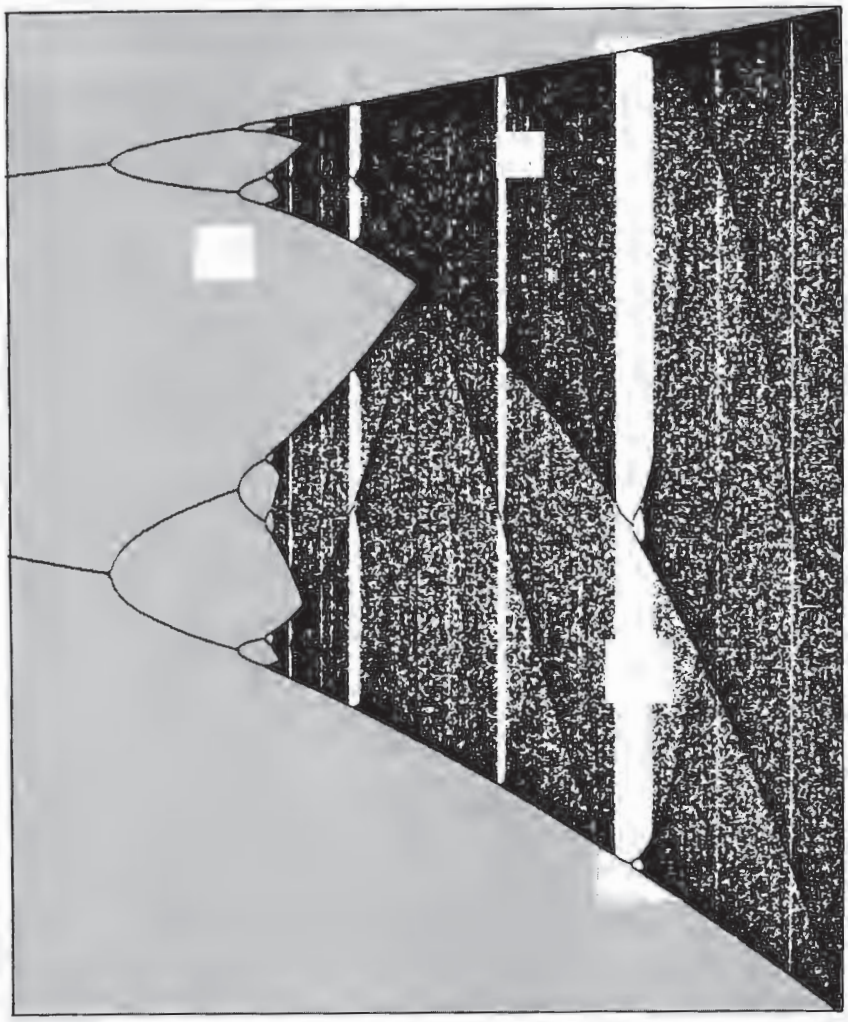
bifurcações da duplicação do período começam novamente num ritmo mais rápido, passando logo pelos ciclos de 3, 6, 12... ou 7, 14, 28..., e em seguida interrompendo-se mais uma vez, com a reintrodução do caos.

A princípio, May não conseguiu ver todo esse quadro. Mas os fragmentos que conseguiu calcular eram bastante variáveis. Num sistema do mundo real, um observador veria apenas o corte vertical correspondente a um parâmetro de cada vez. Veria apenas um tipo de comportamento — talvez um regime estável, talvez um ciclo de sete anos, talvez uma aleatoriedade óbvia. Não teria meios de saber que o mesmo sistema, com alguma pequena mudança num parâmetro qualquer, podia evidenciar padrões de um tipo totalmente diferente.

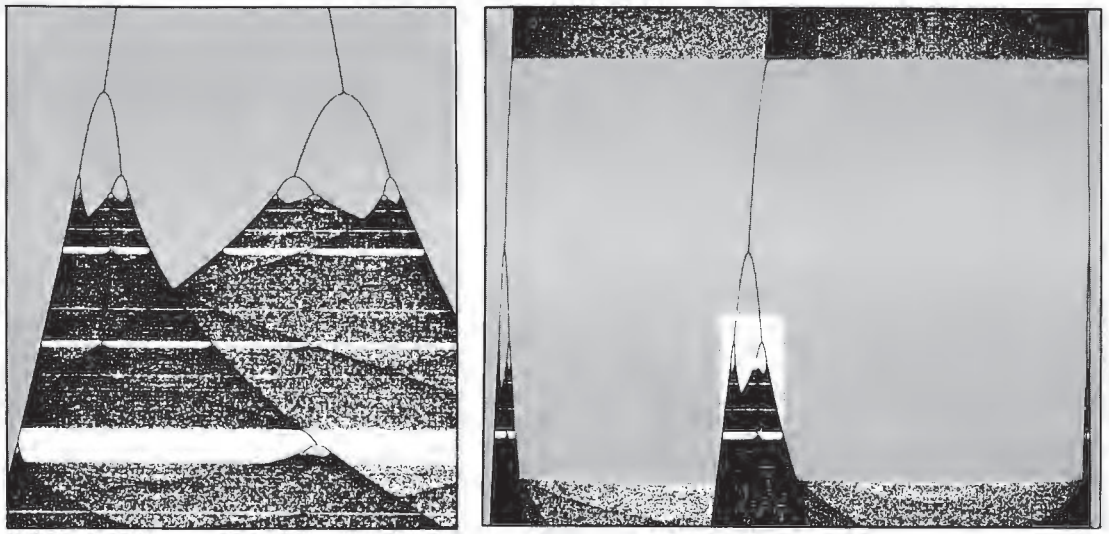
James Yorke analisou esse comportamento com rigor matemático em seu "O Período Três Subentende o Caos". Provou que, em *qualquer* sistema unidimensional, se um ciclo regular do período três aparece, então o mesmo sistema evidenciará também ciclos regulares de qualquer outra extensão, bem como ciclos completamente caóticos. Foi essa descoberta que constituiu um "choque elétrico" para físicos como Freeman Dyson. Era absolutamente contrária à intuição. Era de supor que seria comum instalar um sistema que se repetisse numa oscilação do período três sem nunca produzir o caos. Yorke mostrou que isso era impossível.

Por mais surpreendente que fosse,[21] Yorke acreditava que o valor de relações públicas de seu artigo superava a substância matemática.

Isso era verdade, em parte. Poucos anos depois, ao comparecer a uma conferência internacional em Berlim Oriental, ele tirou parte do tempo para fazer turismo e foi dar um passeio de barco pelo Spree. De repente foi abordado por um russo que tentava, com insistência, dizer-lhe alguma coisa. Com a ajuda de um amigo polonês, Yorke finalmente compreendeu que o russo afirmava ter comprovado o mesmo resultado. O russo recusou-se a dar detalhes, dizendo apenas que mandaria o seu trabalho. Quatro meses depois, este chegou, A.N. Sarkovskii tinha, realmente, feito a descoberta primeiro, num trabalho intitulado "Coexistência de Ciclos de um Mapa Contínuo de uma Linha para Si Mesma".[22] Yorke, porém, ofereceu mais do que um resultado matemático. Tinha mandado uma mensagem para os físicos: o caos está por toda parte; é estável; é estruturado. Levou também à crença de que os sistemas complicados, cujos modelos eram tradicionalmente construídos com equações diferenciais contínuas e complexas, podiam ser compreendidos em termos de fáceis mapas discretos.



JANELAS DE ORDEM DENTRO DO CAOS. Até mesmo com a mais simples equação, a região de caos num diagrama de bifurcação evidencia uma estrutura complicada — muito mais ordenada do que Robert May poderia supor, inicialmente. Primeiro, as bifurcações produzem períodos de 2, 4, 8, 16. . . Depois começa o caos, sem períodos regulares. Mas então, quando o sistema se intensifica, aparecem janelas com períodos ímpares. Um período estável 3 surge (ampliação, *alto à direita*), depois uma duplicação de período recomeça: 6, 12, 24 . . . A estrutura é infinitamente profunda. Quando segmentos são ampliados (como o segmento médio da janela do período 3, *embaixo à direita*), revelam-se semelhantes a todo o diagrama.



O encontro turístico entre esses matemáticos frustrados e gesticulantes era um sintoma de um permanente problema de comunicações entre a ciência soviética e a ocidental. Em parte por causa da língua, e em parte por causa das restrições às viagens do lado soviético, sofisticados cientistas ocidentais tinham, com freqüência, repetido trabalhos que já existiam na bibliografia soviética. O florescimento do caos nos Estados Unidos e na Europa tinha inspirado um enorme volume de trabalho paralelo na União Soviética. Por outro lado, tal florescimento causou também considerável espanto, porque grande parte da nova ciência não era assim tão nova em Moscou. Matemáticos e físicos soviéticos tinham uma forte tradição de pesquisas em caos, que remontava à obra de A.N. Kolmogorov, na década de 50.[23] Além disso, tinham a tradição de trabalho em conjunto que sobreviveu à divergência entre matemáticos e físicos em outros lugares.

Assim, os cientistas soviéticos foram receptivos a Smale — sua ferradura provocou considerável agitação na década de 60. Um brilhante físico matemático, Yasha Sinai, traduziu rapidamente sistemas semelhantes para os termos termodinâmicos. Da mesma forma, quando a obra de Lorenz chegou finalmente aos físicos ocidentais na década de 70, difundiu-se ao mesmo tempo na União Soviética. E em 1975, enquanto Yorke e May lutavam para conquistar a atenção de seus colegas, Sinai e outros rapidamente reuniam um poderoso grupo de trabalho de físicos, cujo centro ficava em Gorki. Nos últimos anos, alguns especialistas ocidentais em caos[24] visitaram regularmente a União Soviética para se informarem; a maioria deles, porém, teve de contentar-se com a versão ocidental da sua ciência.

No Ocidente, Yorke e May foram os primeiros a sentir todo o choque da duplicação dos períodos e a comunicá-lo à comunidade de cientistas. Os poucos matemáticos que tinham notado o fenômeno trataram-no como uma questão técnica, uma excentricidade numérica, quase como uma brincadeira. Não porque o considerassem trivial, mas porque o consideravam característico do seu universo especial.

Os biólogos não tinham levado em conta as bifurcações que conduziam ao caos porque lhes faltava sofisticação matemática e motivação para investigar o comportamento irregular. Os matemáticos tinham visto as bifurcações, mas não se detiveram nelas. May, homem com um pé em cada um desses dois mundos, compreendeu que estava entrando num domínio surpreendente e profundo.

Para entender melhor este sistema simplíssimo, os cientistas precisavam de computadores de maior capacidade.[25] Frank Hop-

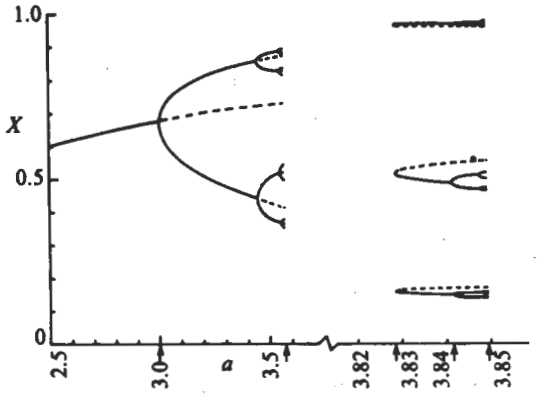
pensteadt, do Instituto Courant de Ciências Matemáticas da Universidade de Nova York, tinha um computador tão potente que resolveu fazer um filme.

Hoppensteadt, matemático que mais tarde manifestou grande interesse pelos problemas biológicos, alimentou a equação logística não-linear centenas de milhões de vezes em seu Control Data 6600. Fotografou a tela do computador a cada mil valores diferentes do parâmetro, mil sintonizações diferentes. As bifurcações surgiram, depois o caos — e em seguida, dentro do caos, pequenas pontas de ordem, efêmeras em sua instabilidade. Rápidos fragmentos de comportamento periódico. Vendo seu próprio filme, Hoppensteadt teve a sensação de que estava voando sobre uma paisagem estranha. Num momento, ela parecia nada ter de caótico. No momento seguinte, estava cheia de tumulto imprevisível. Hoppensteadt nunca se recuperou desse espanto.[26]

May viu o filme de Hoppensteadt. Começou também a colecionar análogos de outros campos, como genética, economia e dinâmica dos fluidos. Como divulgador do caos, tinha duas vantagens em relação aos matemáticos puros. A primeira era que para ele as equações simples *não* podiam representar com perfeição a realidade. Sabia que eram apenas metáforas — por isso, começou a indagar qual a amplitude de aplicação das metáforas. A segunda era que as revelações do caos contribuíam diretamente para uma veemente controvérsia em seu campo.

A biologia populacional vinha sendo, há muito, um ímã para as controvérsias. Havia uma tensão nos departamentos de biologia, por exemplo, entre os biólogos moleculares e os ecologistas. Os primeiros achavam que faziam ciência de verdade, com problemas concretos, claros, ao passo que o trabalho dos ecologistas era vago. Os segundos acreditavam que as obras-primas técnicas da biologia molecular eram apenas desenvolvimentos inteligentes de problemas bem definidos.

Dentro da própria ecologia, tal como May a via, uma importante polêmica em princípios da década de 70 ocupou-se da natureza das modificações populacionais.[27] Os ecologistas dividiram-se quase que de acordo com as personalidades. Alguns encaravam a mensagem enviada pelo mundo como algo ordenado: as populações eram reguladas e estáveis — com exceções. Outros entendiam uma mensagem oposta: as populações variam irregularmente — com exceções. E não foi coincidência o fato de terem esses campos opostos também se dividido quanto à aplicação da matemática objetiva às confusas questões biológicas. Os partidários das populações estáveis argumentavam que elas tinham de ser reguladas por mecanismos deterministas. Os defensores das populações ir-



O contorno do diagrama de bifurcação tal como May o viu pela primeira vez, antes que computadores mais potentes revelassem sua rica estrutura.

regulares argumentavam que elas tinham de ser influenciadas por fatores ambientais imprevisíveis, que anulavam qualquer sinal determinista que pudesse existir. Ou a matemática determinista produzia o comportamento regular, ou o ruído externo aleatório produzia o comportamento aleatório. Era essa a opção.

No contexto desse debate, o caos apresentava uma mensagem surpreendente: os modelos deterministas simples podiam produzir o que parecia um comportamento aleatório. O comportamento tinha, na realidade, uma estranha estrutura fina, embora qualquer de suas partes parecesse indistingüível do ruído. A descoberta atingia o núcleo da discussão.

Quando May examinou mais e mais sistemas biológicos, através do prisma de modelos caóticos simples, continuou a ver resultados que violavam a intuição clássica dos pesquisadores. Em epidemiologia, por exemplo, sabia-se bem que as epidemias tendem a ocorrer em ciclos, regulares ou irregulares. Sarampo, pólio, rubéola — todas elas têm uma freqüência que sobe e cai. May compreendeu que as oscilações podiam ser reproduzidas por um modelo não-linear, e ficou pensando no que aconteceria se tal sistema recebesse um súbito empurrão — uma perturbação do tipo que poderia corresponder a um programa de inoculação. A intuição ingênua indica que o sistema se modificará suavemente na direção desejada. Mas, na realidade, May constatou que enormes oscilações provavelmente ocorrem. Mesmo que a tendência a longo prazo viesse a decrescer, com firmeza, o caminho para um novo equilíbrio seria interrompido por picos surpreendentes. De fato, nos dados dos programas reais, como uma campanha para acabar com a rubéola na

Grã-Bretanha, os médicos tinham visto oscilações exatamente como as previstas pelo modelo de May. Não obstante, qualquer funcionário de saúde, vendo um acentuado aumento a curto prazo na rubéola ou na gonorréia, suporia que o programa de vacinação tinha falhado.

Em poucos anos, o estudo do caos deu um forte impulso à biologia teórica, levando biólogos e físicos a uma colaboração científica inconcebível alguns anos antes. Ecologistas e epidemiologistas desenterraram dados velhos, que cientistas antigos tinham posto de lado como demasiado irregulares para serem usados. O caos determinista foi encontrado nos registros da Municipalidade de Nova York sobre epidemias de sarampo[28] e em 200 anos de variações da população de linces do Canadá, registradas pelos caçadores da Companhia da Baía de Hudson. Os biólogos moleculares começaram a encarar as proteínas como sistemas em movimento. Os fisiologistas viam os órgãos não como estruturas estáticas, mas como complexos de oscilações, alguns regulares e outros, não.

May sabia que em todas as ciências os especialistas tinham observado e discutido o comportamento complexo dos sistemas. Cada disciplina considerava seu ramo específico de caos especial em si mesmo. Era desesperador. Mas se a evidente aleatoriedade pudesse vir dos modelos simples? E se os *mesmos* modelos simples aplicavam-se à complexidade em diferentes campos? May compreendeu que as espantosas estruturas que ele mal começava a investigar não tinham uma conexão intrínseca com a biologia. Ficou imaginando quantos cientistas de outras áreas teriam a mesma surpresa que ele. Pôs-se a trabalhar naquilo que acabou considerando seu artigo "messiânico", uma resenha para a revista *Nature*, em 1976.

O mundo seria melhor, afirmava May, se todos os estudantes jovens recebessem uma calculadora de bolso e fossem estimulados a brincar com a equação da diferença logística.[29] O simples cálculo, por ele exposto em detalhes no artigo de *Nature*, podia neutralizar o senso deformado das possibilidades do mundo, provocado por uma educação científica clássica. Modificaria a maneira de se refletir sobre tudo, desde a teoria dos ciclos econômicos até a propagação dos boatos.

A ciência do caos deveria ser matéria de ensino, sustentava ele. Era tempo de se reconhecer que a educação padrão de um cientista dava a impressão errônea. Por mais complexa que a matemática linear pudesse ser, com suas transformadas de Fourier, suas funções ortogonais, suas técnicas de regressão, May afirmava que ela inevitavelmente enganava os cientistas sobre o mundo, onde predominava a não-linearidade. "A intuição matemática assim desenvolvida prepara mal o estudante para enfrentar o comportamento bizar-

ro evidenciado pelo mais simples dos sistemas discretos não-lineares", escreveu ele.[30]

"Não só na pesquisa, mas também no mundo cotidiano da política e da economia, estaríamos todos melhores se um maior número de pessoas compreendesse que os sistemas não-lineares simples não dispõem necessariamente de propriedades dinâmicas simples."

Notas

1 - May, Schaffer, Yorke, Guckenheimer. A famosa resenha de May sobre as lições do caos em biologia populacional é "Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics", *Nature*, 261 (1976), pp. 459-67. Também: "Biological Populations with Nonoverlapping Generations: Stable Points, Stable Cycles and Chaos", *Science*, 186 (1974), pp. 645-47; e May e George F. Oster, "Bifurcations and Dynamic Complexity in Simple Ecological Models", *The American Naturalist*, 110 (1976), pp. 573-99. Um excelente levantamento do desenvolvimento dos modelos matemáticos de populações, antes de caos, é Sharon E. Kingsland, *Modeling Nature: Episodes in the History of Population Ecology* (Chicago, University of Chicago Press, 1985).

2 - May e John Seger, "Ideas in Ecology: Yesterday and Tomorrow", prépublicação, Princeton University, p. 25.

3 - May e George F. Oster, "Bifurcations and Dynamic Complexity in Simple Ecological Models", *The American Naturalist*, 110 (1976), p. 573.

4 - May.

5 - J. Maynard Smith, *Mathematical Ideas in Biology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1968), p. 18; Harvey J. Gold, *Mathematical Modeling of Biological Systems*.

6 - May.

7 - Gonorrhea Transmission Dynamics and Control. Herbert W. Hethcote e James A. Yorke (Berlim, Springer-Verlag, 1984).

8 - Pelas simulações no computador, Yorke descobriu que o sistema forçava os motoristas a fazer mais viagens aos postos de gasolina e manter seus tanques mais cheios, durante todo o tempo. Portanto, o sistema aumentava o volume de gasolina parado, em desperdício, nos automóveis do país, em qualquer momento.

9 - Relatórios de aeroportos provaram, mais tarde, que Yorke estava certo.

10 - Yorke.

11 - Murray Gell-Mann, "The Concept of the Institute", em *Emerging Syntheses in Science*, atas das sessões de trabalho iniciais do Santa Fe Institute (Santa Fe, The Santa Fe Institute, 1985), p. 11.

12 - Yorke, Smale.

13 - Yorke.

14 - Um ensaio legível sobre a linearidade, não-linearidade e o uso histórico dos computadores para o entendimento das diferenças encontra-se em David Campbell, James P. Crutchfield, J. Doyne Farmer e Erica Jen, "Experimental Mathematics: The Role of Computation in Nonlinear Science", *Communications of the Association for Computing Machinery*, 28 (1985), pp. 374-84.

15 - Fermi, citado em S.M. Ulam, *Adventures of a Mathematician* (Nova York, Scribners, 1976). Ulam também descreve a origem de outra importante tendência para a compreensão da não-linearidade, o teorema de Fermi-Pasta-Ulam. Procurando problemas que pudessem ser computados no novo computador MANIAC em Los Alamos, os cientistas tentaram um sistema dinâmico que era simplesmente uma corda em vibração — um modelo simples, "tendo, além disso, um termo não-linear pequeno e fisicamente correto". Viram os padrões se juntarem numa periodicidade inesperada. Como conta Ulam: "Os resultados foram, qualitativamente, muito diferentes do que até mesmo Fermi, com seu grande conhecimento dos movimentos ondulatórios, teria esperado. (...) Para nossa surpresa, a corda começou a comportar-se como num jogo de cadeiras musicais*..." Fermi não deu importância aos resultados, que não tiveram maior divulgação, mas alguns matemáticos e físicos os desenvolveram e eles se tornaram uma parte específica do folclore local de Los Alamos. *Adventures*, pp. 226-28.

16 - Citado em "Experimental Mathematics", p. 374.

17 - Yorke.

18 - Escrito em colaboração com seu aluno Tien-Yien Li. "Period Three Implies Chaos", *American Mathematical Monthly*, 82 (1975), pp. 985-92.

19 - May.

20 - May. Foi essa pergunta aparentemente irrespondível que o levou dos métodos analíticos para a experimentação numérica, com o objetivo de proporcionar intuição, pelo menos.

21 - Yorke.

22 - "Coexistence of Cycles of a Continuous Map of a Line Into Itself", *Ukrainian Mathematics Journal*, 16 (1964), p. 61.

23 - Sinai, comunicação pessoal, 8 de dezembro de 1986.

24 - Por exemplo, Feigenbaum, Cvitanović.

25 - Hoppensteadt, May.

26 - Hoppensteadt.

27 - May.

28 - William M. Schaffer e Mark Kot, "Nearly One-dimensional Dynamics in an Epidemic", *Journal of Theoretical Biology*, 112 (1985), pp. 403-27; Schaffer,

*** Brincadeira de salão na qual os participantes dançam à volta de uma fileira de cadeiras, cujo número é inferior, em uma, ao deles, e que, ao parar a música, devem correr para sentar-se; os que não o conseguem vão sendo eliminados, e a cada rodada retira-se uma cadeira, de modo que no fim dois participantes disputam a última cadeira. (N. do T.)**

"Stretching and Folding in Lynx Fur Returns: Evidence for a Strange Attractor in Nature", *The American Naturalist*, 124 (1984), pp. 798-820.

29 - "Simple Mathematical Models", p. 467.

30 - *Ibid.*

C • A • O • S

Uma Geometria da Natureza

E no entanto surge uma relação,
Uma pequena relação que se expande como a sombra
De uma nuvem na areia, uma forma na encosta de um morro.

— WALLACE STEVENS,
"Connoisseur of Chaos"

BENOIT MANDELBROT foi construindo, no decorrer dos anos, um quadro da realidade em sua mente[1]. Em 1960 era ainda uma sombra de idéia, uma imagem apagada, fora de foco. Mandelbrot, porém, conseguia reconhecê-la quando a via, e lá estava ela, no quadro-negro, no gabinete de Hendrik Houthakker.

Mandelbrot era um matemático dos sete instrumentos que fora adotado e protegido pela ala da pesquisa pura da International Business Machines Corporation. Ele andara se aventurando pela economia, estudando a distribuição das grandes e pequenas rendas. Houthakker, professor de economia de Harvard, convidara-o para fazer uma palestra, e quando o jovem matemático chegou ao Centro Littauer, o imponente edifício da Faculdade de Economia bem ao norte da Harvard Yard, ficou espantado ao ver suas descobertas já diagramadas no quadro do colega mais velho.[2] Mandelbrot fez uma piada meio queixosa: *Como pôde meu diagrama aparecer antes da minha palestra?* —, mas Houthakker não sabia do que ele estava falando. O diagrama nada tinha a ver com distribuição de renda; representava oito anos de preços do algodão.

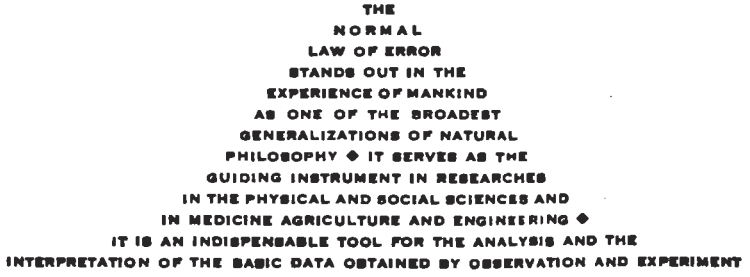
Também do ponto de vista de Houthakker havia alguma coisa estranha naquele gráfico. Os economistas supunham geralmente que

os preços de uma mercadoria como o algodão dançavam segundo duas músicas diferentes, uma ordenada, a outra aleatória. A longo prazo, os preços seriam impulsionados regularmente pelas forças reais da economia — a ascensão e queda da indústria têxtil da Nova Inglaterra, ou a abertura de rotas comerciais internacionais. A curto prazo, os preços oscilariam de forma mais ou menos aleatória. Infelizmente, os dados de Houthakker não correspondiam às suas expectativas. Havia um número demasiado grande de saltos. A maioria das variações de preço eram pequenas, é claro, mas a razão entre as pequenas e grandes mudanças não era tão alta quanto ele esperava. A distribuição não baixava com rapidez suficiente. Tinha uma longa cauda.

O modelo padrão para traçar a variação era, e é, a curva em forma de sino. No meio, onde se projeta a corcova do sino, a maioria dos dados se situa em torno da média. Dos lados, os extremos mais baixos e mais altos caem rapidamente. Um estatístico usa uma curva em forma de sino da mesma maneira que um médico de doenças internas usa o estetoscópio, como o instrumento a que primeiro recorre. Ela representa o padrão, a chamada distribuição gaussiana das coisas — ou, simplesmente, a distribuição normal. Diz alguma coisa sobre a natureza da aleatoriedade. O problema é que, quando variam as coisas, tentam permanecer próximo de um ponto médio e conseguem espalhar-se em torno da média de maneira razoavelmente tranqüila. Mas, como meio de encontrar caminhos na selva econômica, as noções padrão deixam alguma coisa a desejar. Como disse o prêmio Nobel Wassily Leontief: "Em nenhum campo da investigação empírica foi usada uma maquinaria estatística tão maciça e sofisticada, com resultados tão indiferentes."[3]

Qualquer que fosse a maneira pela qual traçasse as modificações nos preços do algodão, Houthakker não conseguia enquadrá-las no modelo campanular. Mas elas formavam uma imagem cuja silhueta Mandelbrot estava começando a ver em lugares surpreendentemente diferentes. Ao contrário da maioria dos matemáticos, ele enfrentava os problemas firmado na sua intuição sobre feitios e formas. Desconfiava da análise, mas confiava em suas imagens mentais. E já tinha a idéia de que outras leis, com comportamento diferente, podiam governar fenômenos estocásticos aleatórios. Quando voltou ao gigantesco centro de pesquisas da IBM em Yorktown Heights, Nova York, nos morros ao norte do Westchester County, levava os dados de Houthakker sobre o algodão numa caixa de cartões de computador. Depois, mandou pedir mais ao Departamento de Agricultura em Washington, remontando a 1900.

Como cientistas em outros campos, os economistas estavam atravessando o umbral da era do computador, percebendo lenta-


THE
NORMAL
LAW OF ERROR
STANDS OUT IN THE
EXPERIENCE OF MANKIND
AS ONE OF THE BROADEST
GENERALIZATIONS OF NATURAL
PHILOSOPHY ◆ IT SERVES AS THE
GUIDING INSTRUMENT IN RESEARCHES
IN THE PHYSICAL AND SOCIAL SCIENCES AND
IN MEDICINE AGRICULTURE AND ENGINEERING ◆
IT IS AN INDISPENSABLE TOOL FOR THE ANALYSIS AND THE
INTERPRETATION OF THE BASIC DATA OBTAINED BY OBSERVATION AND EXPERIMENT

A curva em forma de sino.

mente que teriam o poder de recolher, organizar e manipular informações numa escala antes inimaginável. No entanto, nem todos os tipos de informação estavam disponíveis, e informações que podiam ser colhidas ainda precisavam de ser colocadas em forma utilizável. A era do cartão perfurado apenas começava, também. Nas ciências exatas, os pesquisadores achavam mais fácil reunir seus milhares ou milhões de pontos que representavam informações. Os economistas, como os biólogos, ocupavam-se de um mundo de seres vivos e dotados de vontade. Os economistas estudavam a mais evanescente de todas as criaturas.

Mas pelo menos o ambiente dos economistas produzia um fluxo constante de números. Do ponto de vista de Mandelbrot, os preços do algodão constituíam uma fonte ideal de dados. Os registros eram completos e antigos, remontando a um século ou mais, sem cessação de continuidade. O algodão era um dos produtos do universo de compra e venda com um mercado centralizado — e portanto registros centralizados —, porque na passagem do século todo o algodão do Sul fluía através da bolsa de Nova York a caminho da Nova Inglaterra, e os preços de Liverpool estavam também ligados aos de Nova York.

Embora os economistas dispusessem de poucos elementos quando se tratava de analisar preços de mercadorias ou preços de ações, isso não significava que lhes faltasse um ponto de vista fundamental sobre a maneira pela qual as variações de preços funcionavam. Pelo contrário, partilhavam de alguns artigos de fé. Um deles era a convicção de que as modificações pequenas e transitórias nada tinham em comum com as grandes mudanças a longo prazo. As variações rápidas ocorriam aleatoriamente. Os altos e baixos em pequena escala, durante as transações de um dia, são apenas ruído imprevisível e desinteressante. As mudanças a longo prazo, porém, são totalmente diferentes. As amplas oscilações de preços durante

meses, ou anos, ou décadas são determinadas por profundas forças macroeconômicas, tendências de guerra ou recessão, forças que devem, em tese, levar a um entendimento. De um lado, o zumbido da variação a curto prazo; do outro, o sinal da modificação a longo prazo.

No caso, essa dicotomia não tinha um lugar na imagem da realidade que Mandelbrot estava desenvolvendo. Em vez de separar as pequenas e as grandes mudanças, sua imagem se juntava. Ele procurava padrões que não estavam numa ou noutra escala, mas por todas elas. Estava longe de ser óbvio como se deveria traçar o quadro que ele tinha em mente, mas Mandelbrot sabia que teria de haver uma espécie de simetria, não uma simetria de direita e esquerda, ou alto e baixo, mas uma simetria de grandes e pequenas escalas.

Na verdade, quando Mandelbrot processou os dados do preço do algodão nos computadores da IBM, obteve os espantosos resultados que estava procurando. Os números que produziam aberrações do ponto de vista da distribuição normal produziam simetria do ponto de vista da escala. Cada variação específica de preço era randômica e imprevisível. Mas a seqüência de variações era independente da escala: as curvas para as variações diárias e as mensais correspondiam-se perfeitamente. E, o que era inacreditável, analisado à maneira de Mandelbrot, o grau de variação permanecia constante durante um tumultuado período de 60 anos, que viu duas guerras mundiais e uma depressão.

Dentro das mais desordenadas resmas de dados vivia um tipo inesperado de ordem. Considerando-se a arbitrariedade dos números que examinava, Mandelbrot perguntou-se por que iria manter-se alguma lei? E por que deveria ela aplicar-se igualmente às rendas pessoais e aos preços do algodão?

Na verdade, a formação econômica de Mandelbrot era tão precária quanto a sua capacidade de comunicar-se com os economistas. Ao publicar um artigo sobre suas constatações, precedeu-o de um artigo explicativo de um dos seus alunos, que repetia o material do professor num inglês de economistas. Mandelbrot passou a outros interesses. Levou consigo, porém, a crescente disposição de investigar o fenômeno da escala. Parecia ser uma característica dotada de vida própria — uma assinatura.

Apresentado para uma conferência, anos depois ("...lecionou economia em Harvard, engenharia em Yale, fisiologia na Faculdade Einstein de Medicina..."), ele observou com orgulho: "Muitas vezes, quando ouço a relação de meus cargos anteriores, fico pensando se realmente existo. A intersecção desses conjuntos é, certamente,

vazia."[4] Na verdade, desde sua época de IBM, Mandelbrot não tinha conseguido existir numa longa lista de campos diferentes. Era sempre um marginal, adotando uma abordagem não-ortodoxa de um aspecto pouco elegante da matemática, investigando disciplinas nas quais raramente era bem recebido, escondendo suas maiores idéias em tentativas de publicar seus artigos, sobrevivendo principalmente pela confiança de seus empregadores em Yorktown Heights. Fez incursões em campos como a economia e depois retirou-se, deixando atrás de si idéias atormentadoras, mas raramente um corpo de trabalhos bem fundamentados.

Na história de caos, Mandelbrot teve um caminho próprio. Não obstante, a imagem da realidade que se estava formando em seu espírito em 1960 evoluiu a partir de uma estranheza na geometria propriamente dita. Para os físicos que procuravam ampliar o trabalho de pessoas como Lorenz, Smale, Yorke e May, esse matemático irritadiço continuava sendo um espetáculo a margem — mas suas técnicas e sua linguagem tornaram-se parte inseparável da nova ciência.

Essa descrição não teria parecido exata a quem o tivesse conhecido no final de sua vida, com a testa alta e imponente e sua lista de títulos e honrarias, mas Benoit Mandelbrot é compreendido melhor se visto como um refugiado. Nasceu em Varsóvia em 1924, de uma família judia da Lituânia. O pai era vendedor de roupas por atacado, a mãe, dentista.[5] Atenta à realidade geopolítica, a família transferiu-se para Paris em 1936, atraída em parte pela presença, ali, de um tio de Mandelbrot, Szolem Mandelbrot, matemático. Quando a guerra chegou, a família continuou um pouco adiante dos nazistas, mas uma vez, abandonando tudo, exceto umas poucas malas, e juntando-se à correnteza de refugiados que congestionaram as estradas ao sul de Paris. Chegaram finalmente à cidade de Tulle.

Durante algum tempo Benoit viveu como aprendiz de fabricante de ferramentas, distinguindo-se perigosamente pela sua altura e sua educação. Foi uma época de visões e medos inesquecíveis, porém mais tarde ele não se lembrava de ter enfrentado muitas dificuldades pessoais, lembrando-se, em lugar disso, das ocasiões em que foi bem recebido, em Tulle e outros lugares, pelos professores, alguns deles famosos, também atingidos pela guerra. No todo, sua vida escolar foi irregular e sofreu interrupções. Ele dizia nunca ter aprendido o alfabeto ou, o que é mais importante, a tabuada de multiplicar além de 5. Ainda assim, tinha talento.

Quando Paris foi libertada, ele submeteu-se ao exame de admissão, oral e escrito à Escola Normal e Escola Politécnica, o qual durava um mês. Apesar de sua falta de preparo, passou. Entre outras coisas, havia uma prova de desenho, e Mandelbrot descobriu que dispunha de uma facilidade latente de copiar a Vênus de Milo.

Nas partes matemáticas do exame — exercícios de álgebra formal e análise integrada —, conseguiu disfarçar sua falta de formação com a ajuda de sua intuição geométrica. Tinha compreendido que, frente a qualquer problema analítico, podia, quase sempre, refletir sobre ele em termos de alguma forma mental. Dada uma forma, podia encontrar um meio de transformá-la, alterando-lhe as simetrias, tornando-a mais harmoniosa. Com freqüência, essa transformação levava diretamente a uma solução do problema análogo. Em física e química, onde não podia aplicar a geometria, teve notas baixas. Em matemática, porém, problemas que ele jamais poderia ter resolvido com as técnicas adequadas desapareciam ante sua manipulação das formas

A Escola Normal e a Escola Politécnica eram instituições de elite, sem paralelo na educação americana. Em conjunto, preparavam menos de 300 alunos, em cada classe, para as universidades e o serviço público. Mandelbrot começou na Normal, a menor e mais prestigiosa das duas. mas deixou-a poucos dias depois pela Politécnica. Ele já era um refugiado de Bourbaki.[6]

Talvez só na França, com seu amor pelas academias autoritárias e regras tradicionais de ensino, pudesse ter surgido Bourbaki. Começou como um clube, fundado na esteira agitada da Primeira Guerra Mundial por Szolem Mandelbrot e um punhado de outros jovens matemáticos despreocupados, que procuravam reconstruir a matemática francesa. A deformada demografia da guerra tinha deixado um hiato etário entre professores e alunos de universidade, interrompendo a tradição de continuidade acadêmica, e aqueles jovens talentosos pretendiam estabelecer novos alicerces para a prática da matemática. O nome do grupo foi resultado de uma piada entre eles, adotado em virtude de seu som estranho e atraente — como mais tarde se supôs — do nome de um general francês de origem grega que viveu no século XIX. Bourbaki nasceu com uma jovialidade que logo desapareceu.

Seus membros reuniam-se secretamente. Nem mesmo todos os seus nomes são conhecidos. O número de membros era fixo. Quando um deles deixava o grupo aos 50 anos, como era exigido, outro era eleito pelos que ficavam. Eram os melhores e os mais inteligentes entre os matemáticos, e em pouco tempo sua influência estendeu-se pelo continente.

Bourbaki começou, em parte, como uma reação contra Poincaré, o grande homem de fins do século XIX, pensador fenomenalmente prolífico, escritor, cujas preocupações com o rigor eram menores do que as de muita gente. Poincaré dizia: Sei que está certo, e então para que prová-lo? Bourbaki achava que Poincaré tinha deixado uma base frágil para a matemática, e o grupo começou a es-

crever um enorme tratado, de estilo cada vez mais fanático, que pretendia colocar a disciplina nos trilhos. A análise lógica era básica. O matemático tinha de começar com princípios fundamentais sólidos e deduzir deles todo o resto. O grupo ressaltou o primado da matemática entre as ciências, insistindo também no seu desligamento das outras ciências. A matemática era a matemática — não podia ser avaliada em termos de sua aplicação a fenômenos físicos reais. E, acima de tudo, Bourbaki rejeitava o uso de imagens. O matemático podia ser enganado pelo aparato visual. A geometria não era digna de confiança. A matemática devia ser pura, formal e austera.

Não era um fenômeno estritamente francês. Nos Estados Unidos, também, os matemáticos se estavam afastando das exigências das ciências físicas, com a mesma firmeza com que artistas e escritores rejeitavam as demandas do gosto popular. Uma sensibilidade hermética predominava. A matéria dos matemáticos fechou-se em si mesma; seu método tornou-se formalmente axiomático. O matemático podia orgulhar-se ao dizer que seu trabalho nada explicava no mundo ou na ciência. Essa atitude foi benéfica, e os matemáticos lhe deram grande valor. Mesmo quando trabalhava para unir matemática e ciência natural, Steve Smale acreditava, tão profundamente quanto lhe era possível, que *a matemática devia ser algo em si mesma*.[7] Com a auto-suficiência veio a clareza. E a clareza também andava de mãos dadas com o rigor do método axiomático. Todo matemático sério, compreende que o rigor é a força definidora da disciplina, o esqueleto de aço sem o qual tudo desaba. O rigor é que permitia aos matemáticos adotar uma linha de reflexão que se estendia pelos séculos, e continuá-la, com uma garantia firme.

Mesmo assim, as exigências do rigor tiveram conseqüências imprevistas para a matemática do século XX, levando a matéria a ter um tipo especial de evolução.[8] O pesquisador escolhe um problema e começa por tomar uma decisão sobre o caminho a seguir. Acontecia que, com freqüência, essa decisão envolvia uma escolha entre um caminho matematicamente possível e outro interessante do ponto de vista da compreensão da natureza. Para o matemático, a opção era clara: abandonar por algum tempo qualquer conexão óbvia com a natureza. Seus alunos acabariam enfrentando uma decisão semelhante e teriam de fazer uma escolha semelhante.

Em nenhum outro lugar esses valores estavam codificados de maneira tão rigorosa quanto na França, e ali Bourbaki teve um êxito que seus fundadores não poderiam ter imaginado. Seus preceitos, estilo e notação tornaram-se obrigatórios. Ele alcançou a inatacável probidade resultante do controle de todos os melhores alunos e da produção de um fluxo constante de matemática bem-

sucedida. Seu predomínio na Escola Normal foi total e, para Mandelbrot, insuportável. Abandonou-a por causa de Bourbaki, e uma década depois deixava a França pela mesma razão, indo morar nos Estados Unidos. Em poucas décadas, a incansável abstração de Bourbaki começaria a morrer de um choque provocado pelo computador, com sua capacidade de promover uma nova matemática do olho. Mas isso aconteceu tarde demais para Mandelbrot, incapaz de viver segundo os formalismos de Bourbaki e avesso a abandonar sua intuição geométrica.

Acreditando sempre na criação de sua própria mitologia, Mandelbrot incluiu a seguinte declaração em seu verbete no *Who's Who*: "A ciência seria arruinada se (como o esporte) colocasse a competição acima de tudo, e se esclarecesse as regras da competição retirando-se totalmente para especialidades definidas com rigor. Os raros eruditos que são nômades por opção são essenciais ao bem-estar intelectual das disciplinas estáticas." Esse nômade por opção, que também se chamava de pioneiro por necessidade,[9] afastou-se do mundo acadêmico ao deixar a França, aceitando o abrigo do Centro de Pesquisas Thomas J. Watson, da IBM. Numa viagem de 30 anos da obscuridade até a eminência, nunca viu seu trabalho ser aceito pelas muitas disciplinas às quais era dirigido. Até mesmo os matemáticos diziam, sem maldade manifesta, que Mandelbrot podia ser muitas coisas, mas não era um deles.

Encontrou lentamente seu caminho, sempre ajudado por um conhecimento extravagante dos esquecidos desvios da história científica. Aventurou-se pela lingüística matemática, explicando uma lei da distribuição das palavras. (Pedindo desculpas pelo simbolismo, insistiu que o problema chamou-lhe a atenção a partir de um comentário sobre um livro que ele pegou na cesta de lixo de um matemático puro, para ter alguma coisa que ler no metrô parisiense.) Investigou a teoria dos jogos. Trabalhou ocasionalmente com economia. Escreveu sobre as regularidades de escala na distribuição das grandes e pequenas cidades. A idéia geral que dava unidade ao seu trabalho permanecia como pano de fundo, ainda sem formação.

Em princípios de sua permanência na IBM, logo depois do estudo dos preços de mercadorias, ele deparou com um problema prático de grande interesse para a empresa que o empregava. Os engenheiros estavam perplexos com o problema do ruído nas linhas telefônicas usadas para transmitir informações de computador a computador. A corrente elétrica transmite a informação em pacotes separados, e os engenheiros sabiam que quanto mais forte a corrente, melhor para afastar o ruído. Verificaram, porém, que certo ruí-

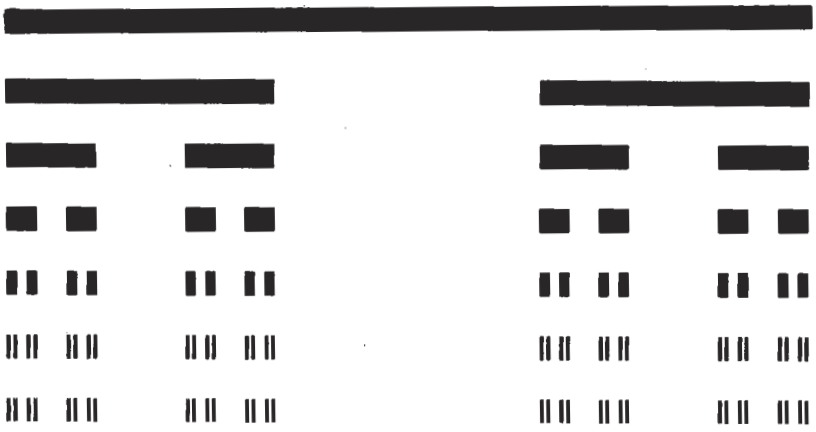
do espontâneo nunca podia ser eliminado. De quando em vez, ele apagava algum sinal, criando um erro.

Embora pela sua natureza o ruído de transmissão fosse aleatório, sabia-se muito bem que ocorria em grupos. Períodos de comunicações sem erro eram seguidos de períodos de erros. Conversando com os engenheiros, Mandelbrot ficou logo sabendo que havia certo folclore sobre os erros, que nunca fora colocado por escrito porque não correspondia a nenhuma das maneiras padrões de raciocinar: quanto mais examinavam esses grupos, mais complicados os padrões de erro pareciam. Mandelbrot mostrou uma maneira de descrever a distribuição dos erros que previa exatamente os padrões observados. Contudo, era muito singular. Entre outras coisas, tornava impossível o cálculo de uma *média* de erros — um número médio de erros por hora, ou por minuto, ou por segundo. Em *média*, no esquema de Mandelbrot, os erros se aproximavam da dispersão infinita.

Sua descrição funcionou fazendo separações cada vez mais profundas entre períodos de transmissão limpa e períodos de erros. Suponhamos que dividíssemos um dia em horas. Uma hora passaria sem quaisquer erros. Depois, uma hora cometeria erros. E depois, uma hora passaria sem erros.

Mas suponhamos então que dividíssemos a hora com erros em períodos menores de 20 minutos. Veríamos que também nesse caso alguns períodos seriam totalmente perfeitos, ao passo que outros teriam uma seqüência de erros. De fato, contrariando a intuição, Mandelbrot afirmou que era impossível encontrar um período no qual os erros estivessem dispersos continuamente. Dentro de qualquer seqüência de erros, por mais breve que fosse, havia sempre períodos de transmissão totalmente livres de erros. Além disso, ele descobriu uma relação geométrica[10] coerente entre as seqüências de erros e os espaços de transmissão perfeita. Em escalas de uma hora ou um segundo, a proporção de períodos livres de erro para os períodos cheios de erros permanecia constante. (Uma vez, para horror de Mandelbrot, um grupo de dados pareceu contradizer seu esquema — mas verificou-se que os engenheiros não tinham gravado os casos mais extremos, na suposição de que eram irrelevantes.)

Os engenheiros não tinham estrutura para compreender a descrição de Mandelbrot, mas os matemáticos, sim. Com efeito, Mandelbrot estava reproduzindo uma construção abstrata conhecida como teoria dos conjuntos de Cantor, assim chamada em homenagem ao seu descobridor, o matemático Georg Cantor, que viveu no século XIX. Para fazer um conjunto de Cantor, começamos com o intervalo de números de 0 a 1, representado por um segmento de



A POEIRA DE CANTOR. Começa-se com uma linha; corta-se o terço médio; depois, corta-se o terço médio dos segmentos restantes, e assim por diante. O conjunto de Cantor é a poeira de pontos que fica. São infinitos, mas sua extensão total é 0.

As características paradoxais dessas construções perturbaram os matemáticos do século XIX, mas Mandelbrot viu o conjunto de Cantor como o modelo para a ocorrência de erros numa linha de transmissão eletrônica. Os engenheiros viram períodos de transmissão livre de erros, misturados com períodos nos quais os erros vinham em séries. Examinadas mais detalhadamente, essas séries também continham períodos livres de erro dentro delas. E assim por diante — era um exemplo de tempo fractal. Em todas as escalas de tempo, de horas a segundos, Mandelbrot descobriu que a relação entre os erros e a transmissão limpa permanecia constante. Essas poeiras, afirmou ele, são indispensáveis na criação de modelos de intermitência.

linha. Eliminamos então o terço médio. Isso resulta em dois segmentos, e retiramos o terço médio de cada um deles (de um nono para dois nonos e de sete nonos para oito nonos). Isso resulta em quatro segmentos, e eliminamos o terço médio de cada um deles — e assim por diante, até o infinito. O que resta? Uma estranha "poeira" de pontos, dispostos em grupos, um número infinito, que apesar disso é infinitamente disperso. Mandelbrot pensava nos erros de transmissão como um conjunto de Cantor disposto no tempo.

Essa descrição altamente abstrata teve um peso prático para os cientistas que tentavam decidir entre diferentes estratégias para o controle do erro. Em especial, significou que, em lugar de tentar aumentar a força do sinal para eliminar uma quantidade cada vez maior de ruído, os engenheiros deviam usar um sinal modesto, aceitar a inevitabilidade dos erros e usar uma estratégia de redundância para descobri-los e corrigi-los. Mandelbrot também modificou a maneira como os engenheiros da IBM viam a causa do ruído. Séries de erros sempre levaram os engenheiros a procurar, em algum lu-

gar, um homem com uma chave de parafusos. Os padrões de escala de Mandelbrot, porém, indicaram que o ruído jamais seria explicado com base em acontecimentos locais específicos.

Mandelbrot voltou-se para outros dados, extraídos dos rios do mundo. Os egípcios mantêm, há milênios, registros da cheia do Nilo. É, para eles, uma preocupação que nada tem de passageira. O Nilo sofre variações excepcionalmente grandes, subindo muito em alguns anos e baixando em outros. Mandelbrot classificou a variação em termos de dois efeitos, comuns também na teoria econômica, e que ele chamou de Efeitos Noé e José.

O Efeito Noé significa a descontinuidade: quando uma quantidade se modifica, pode modificar-se de uma maneira quase que arbitrariamente rápida. Os economistas imaginaram tradicionalmente que os preços se modificam suavemente — depressa ou devagar, conforme o caso, mas sem saltos, no sentido de que passam por todos os níveis intermediários entre um ponto e outro. Essa imagem do movimento foi tomada de empréstimo à física, como tantas outras coisas da matemática aplicada à economia. Mas estava errada. Os preços podem variar em saltos instantâneos, com a mesma rapidez das notícias num teletipo, e mil corretores podem mudar de opinião. Mandelbrot afirmava que estaria fadada ao fracasso uma estratégia do mercado de ações baseada na suposição de que uma ação seria vendida por $50 em certo momento de sua queda de $60 para $10.

O efeito José significava a persistência.[11] *Ocorreram então sete anos de grande abundância na terra do Egito. E virão depois deles sete anos de escassez.* Se a linguagem bíblica pretendia significar periodicidade, estava muito simplificada, é claro. Mas as cheias e as secas persistem realmente. Apesar de uma aleatoriedade subjacente, quanto mais prolongada a seca, mais provável é que se torne mais longa. Além disso, a análise matemática da cheia do Nilo mostrou que a persistência se aplicava tanto a períodos de séculos, como de décadas. Os Efeitos Noé e José pressionavam em diferentes direções, mas resumem-se nisto: as tendências na natureza são reais, mas podem desaparecer tão rapidamente quanto surgem.

Descontinuidade, surtos de ruídos, poeira de Cantor — fenômenos como estes não eram mencionados nas geometrias dos últimos dois mil anos. As formas da geometria clássica são as linhas e os planos, os círculos e as esferas, os triângulos e os cones. Representam uma poderosa abstração da realidade, e inspiraram uma vigorosa filosofia de harmonia platônica. Euclides fez delas uma geometria que durou dois milênios, a única geometria conhecida da maioria das pessoas, até hoje. Os artistas viram nelas uma beleza ideal, os astrônomos ptolemaicos construíram uma teoria do uni-

verso com elas. Para compreender a complexidade, porém, essas formas revelam-se o tipo inadequado de abstração.

As nuvens não são esferas, como Mandelbrot gosta de dizer.[12] As montanhas não são cones. O relâmpago não percorre uma linha reta. A nova geometria espelha um universo que é irregular, e não redondo; áspero, e não liso. É uma geometria das reentrâncias, depressões, do que é fragmentado, torcido, emaranhado e entrelaçado. O entendimento da complexidade da natureza esperava a suspeita de que a complexidade não era apenas algo aleatório, não era apenas um acaso. Exigia a convicção de que o interessante na trajetória do raio, por exemplo não é sua direção, mas sim a distribuição dos seus ziguezagues. O trabalho de Mandelbrot fez uma afirmação sobre o mundo, a afirmação de que tais formas ímpares encerram um significado. As reentrâncias e os emaranhados são mais do que imperfeições deformantes das formas clássicas da geometria euclideana. São, muitas vezes, as chaves para a essência das coisas.

Qual a essência da linha de um litoral, por exemplo? Mandelbrot fez essa pergunta num artigo que se tornou um ponto crucial de seu pensamento: "Que extensão tem o litoral da Grã-Bretanha?".

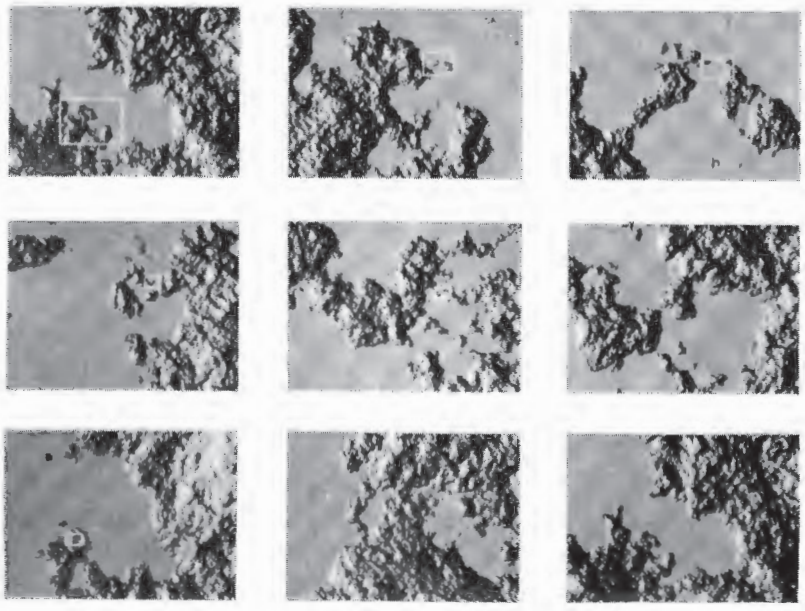
Mandelbrot tomou contato com a questão da linha litorânea num obscuro artigo póstumo de um cientista inglês, Lewis F. Richardson, que focalizou um surpreendente número de problemas que mais tarde se tornaram parte do caos. Escreveu sobre a previsão numérica do tempo na década de 20, estudou a turbulência dos fluidos lançando um saco de pastinagas brancas no Canal de Cape Cod e indagou num artigo de 1926: "Os Ventos têm uma Velocidade?" ("Essa pergunta, que à primeira vista é tola, melhora à medida que a examinamos", escreveu.) Preocupado com as linhas litorâneas e as sinuosas fronteiras nacionais,[13] Richardson examinou enciclopédias na Espanha e em Portugal, na Bélgica e na Holanda, e descobriu discrepâncias de 20% na extensão estimada de suas fronteiras comuns.

A análise que Mandelbrot fez dessa questão pareceu aos seus ouvintes dolorosamente óbvia ou absurdamente falsa. Ele verificou que a maioria das pessoas respondia à pergunta de uma de duas maneiras: "Não sei, não é a minha área", ou "Não sei, mas consultarei a enciclopédia".

De fato, afirmou ele, qualquer litoral é — em certo sentido — infinitamente longo. Num outro sentido, a resposta depende do metro usado. Examinemos um método plausível de medir. Um agrimensor toma uma série de compassos de pontas secas, abre-os numa extensão de um metro, e mede com eles o litoral. O número de metros resultante é apensas uma aproximação da extensão real, porque os compassos pulam por cima de recortes e curvas inferiores

a um metro, mas de qualquer modo o agrimensor anota o número. Abre depois os compassos numa extensão menor, digamos 30 centímetros, e repete o processo. Chega a uma extensão um pouco maior, porque os compassos abarcarão mais detalhes e serão necessários mais de três marcações de 30 centímetros para cobrir a distância antes coberta pela medida de um metro. Ele anota esse número, e em seguida fixa o compasso em dez centímetros e recomeça a medição. Essa experiência mental, usando compassos de ponta seca imaginários, é uma maneira de quantificar o efeito da observação de um objeto a diferentes distâncias, em escalas diferentes. Um observador que tente calcular a extensão do litoral da Inglaterra a partir de um satélite obterá um resultado menor do que o observador que tente a mesma coisa caminhando pelas suas enseadas e praias, que por sua vez fará uma estimativa menor do que uma lesma que percorre cada pedra.

O bom senso sugere que, embora continuem a crescer, essas estimativas se aproximarão de determinado valor final, que é a verdadeira extensão do litoral. Em outras palavras, as medidas devem



UM LITORAL FRACTAL. Um litoral gerado pelo computador: os detalhes são aleatórios, mas a dimensão fractal é constante, de modo que o grau de irregularidade parece o mesmo, por mais que a imagem seja ampliada.

convergir. E, de fato, se o litoral fosse uma forma euclideana, como um círculo, esse método de somar distâncias em linha reta cada vez menores realmente convergiria. Mas Mandelbrot verificou que, à proporção que a escala de medição se torna menor, a extensão medida do litoral aumenta sem limite, baías e penínsulas revelam subbaías e subpenínsulas ainda menores — pelo menos até escalas atômicas, onde o processo finalmente é concluído. Talvez.

Como as medidas euclideanas — extensão, profundidade, espessura — não abrangem a essência das formas irregulares, Mandelbrot voltou-se para uma idéia diferente, a idéia da dimensão. A dimensão é uma propriedade com uma vida muito mais rica para os cientistas do que para os não-cientistas. Vivemos num mundo tridimensional, o que quer dizer que precisamos de três números para especificar um ponto: por exemplo, longitude, latitude e altitude. As três dimensões são imaginadas como direções em ângulos retos umas com as outras. Isso ainda é um legado da geometria euclideana, onde o espaço tem três dimensões, um plano tem duas, a linha tem uma e o ponto, zero.

O processo de abstração[14] que permitiu a Euclides conceber objetos monodimensionais ou bidimensionais projeta-se facilmente em nosso uso dos objetos cotidianos. Um mapa rodoviário, por exemplo, para todos os fins práticos, é quintessencialmente uma coisa bidimensional, um plano. Usa suas duas dimensões para transmitir informações de um tipo precisamente bidimensional. Na realidade, é claro, os mapas rodoviários são tão tridimensionais como tudo o mais,, mas sua espessura é tão pequena (e tão irrelevante para a sua finalidade) que pode ser esquecida. Efetivamente, um mapa rodoviário permanece bidimensional, mesmo quando dobrado. Da mesma maneira, um fio é realmente monodimensional e uma partícula não tem nenhuma dimensão.

Então qual a dimensão de um rolo de barbante? Depende do ponto de vista, respondeu Mandelbrot. A uma grande distância, o rolo é apenas um ponto com dimensões zero. Mais de perto, o rolo parece encher um espaço esférico, ocupando três dimensões. De mais perto ainda, o barbante passa a ser percebido, e o objeto torna-se efetivamente monodimensional, embora a dimensão esteja emaranhada em volta de si mesma, de uma maneira que usa o espaço tridimensional. A noção de quantos números são necessários para especificar um ponto continua útil.[15] De longe, não é preciso nenhum — o ponto é a única coisa que existe. De perto, são necessários três. De mais perto ainda, um é bastante — qualquer posição ao longo do barbante é única, quer esteja estendido, ou emaranhado num rolo.

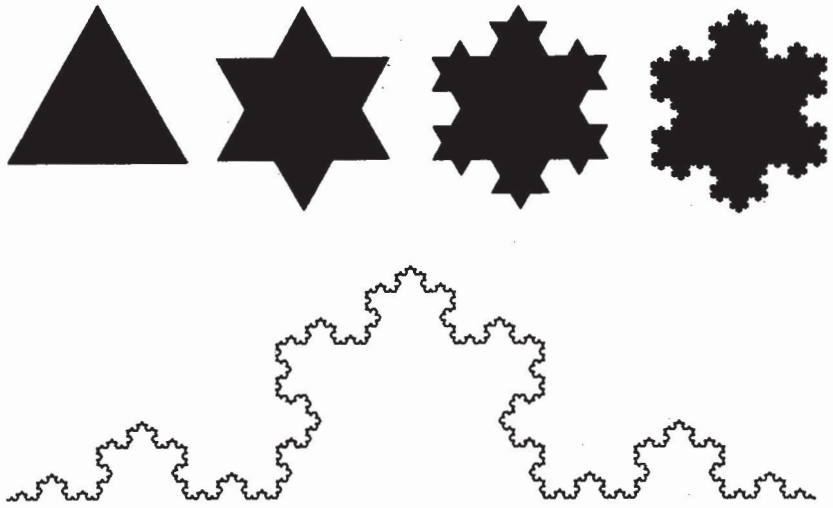
Passando-se às perspectivas microscópicas, o barbante transforma-se em colunas tridimensionais, as colunas transformam-se em fibras monodimensionais, o material sólido dissolve-se em pontos de dimensão zero. Mandelbrot recorreu, de forma pouco matemática, à relatividade: "A noção de que um resultado numérico deve depender da relação do objeto com o observador é do espírito da física neste século e constitui até mesmo uma ilustração exemplar dele."

Deixando de lado a filosofia, porém, a dimensão real de um objeto acaba sendo diferente de suas três dimensões comuns. Uma fraqueza do argumento verbal de Mandelbrot parecia ser seu recurso a noções vagas, "de longe", "um pouco mais de perto". E no intervalo entre esses pontos? Certamente não havia um limite claro no qual um rolo de barbante passa de um objeto tridimensional a um objeto monodimensional. Não obstante, longe de ser uma fraqueza, a natureza mal definida dessas transições leva a uma nova idéia sobre o problema das dimensões.

Mandelbrot foi além das dimensões *0, 1, 2, 3*... até uma impossibilidade aparente: as dimensões fractais. Essa idéia é um ato de equilibrismo conceitual. Para os não-matemáticos, ela exige uma voluntária suspensão da incredulidade. Não obstante, tem muita força.

A dimensão fracionada torna-se uma maneira de medir propriedades que, sem isso, não têm definição clara: o grau de aspereza, ou de fragmentação, ou de irregularidade de um objeto. Um litoral sinuoso, por exemplo, apesar de sua imensurabilidade em termos de extensão, tem certo grau característico de rugosidade. Mandelbrot especificou maneiras de calcular a dimensão fracionada dos objetos reais, levando-se em conta alguma técnica de construção de uma forma, ou alguns dados, e fez com a sua geometria uma afirmação sobre os padrões irregulares que estudara na natureza: a de que o grau de irregularidade permanece constante em diferentes escalas. Com uma freqüência surpreendente, tal afirmação se mostra verdadeira. O mundo exibe, repetidamente, uma irregularidade regular.

Numa hibernal tarde em 1975,[16] ciente das correntes paralelas que surgiam na física, e ao preparar seu primeiro trabalho importante para publicação em livro, Mandelbrot achou que precisava de um nome para as suas formas, suas dimensões e sua geometria. Seu filho tinha chegado da escola, e Mandelbrot se viu folheando o dicionário de latim do menino. Encontrou o adjetivo *fractus*, do verbo, *frangere*, quebrar, fraturar. A associação com os principais cognatos ingleses — *fracture* e *fraction* — parecia adequada. Mandelbrot criou a palavra (substantivo e adjetivo, inglês e francês) *fractal*.



O FLOCO DE NEVE DE KOCH. "Um modelo imperfeito, mais vigoroso, de um litoral", nas palavras de Mandelbrot. Para construir uma curva de Koch, começa-se com um triângulo com a extensão lateral de 1. No meio de cada lado, acrescenta-se um novo triângulo com um terço do tamanho, e assim por diante. A extensão do limite é 3 x 4/3 x 4/3 x 4/3 . . . infinito. Não obstante, a área permanece menor do que a área de um círculo traçado à volta do triângulo original. Assim, uma linha infinitamente longa cerca uma área finita.

Para a imaginação, um fractal é uma maneira de ver o infinito.

Imaginemos um triângulo, tendo 30 centímetros de cada lado. Imaginemos agora certa transformação — uma série de regras específicas, bem definidas, facilmente repetidas. Marquemos um terço da parte do meio de cada lado, sobrepondo ali um novo triângulo, de forma idêntica, mas com um terço do tamanho do primeiro.

O resultado é uma estrela de Davi. Em lugar de três segmentos de 30 centímetros, o contorno dessa forma tem agora 12 segmentos de 10 centímetros. Em lugar de três pontas, temos seis.

Tomemos então cada um dos doze lados, repetindo a transformação, apondo um triângulo menor no terço médio de cada um desses lados. Repitamos a operação, até o infinito. O contorno torna-se cada vez mais detalhado, assim como um conjunto de Cantor se torna cada vez mais esparso. Assemelha-se a uma espécie de floco de neve ideal. É conhecido como a curva de Koch — uma curva é uma linha ligada, seja reta ou não —, em homenagem a Helge von Koch, o matemático sueco que primeiro a descreveu em 1904.

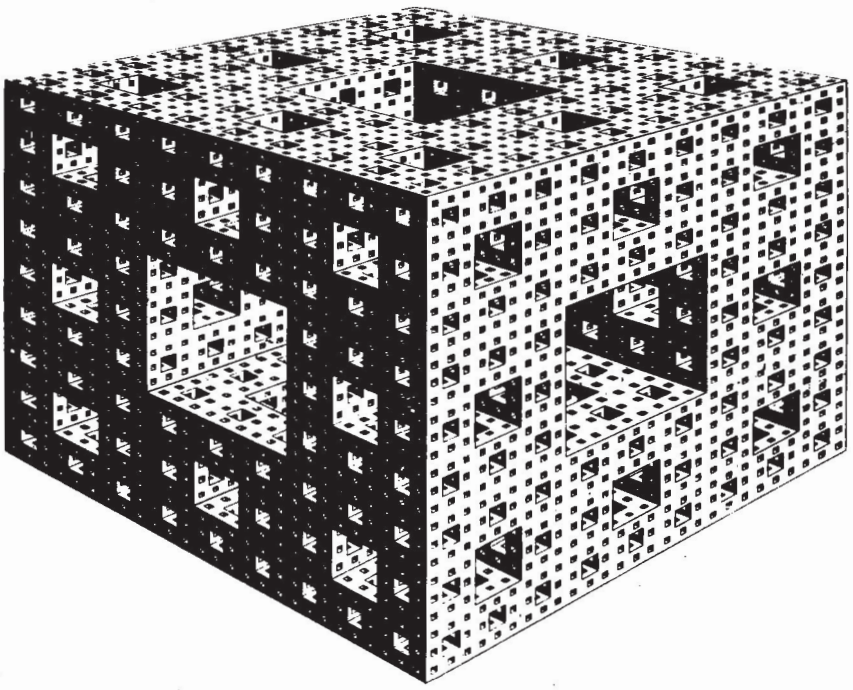
Examinando-a, torna-se evidente que a curva de Koch tem aspectos interessantes. Entre outros, é uma *loop* contínuo que não se cruza nunca, porque os novos triângulos de cada lado são sempre

pequenos o bastante para evitar o encontro com outro. Cada transformação acrescenta uma pequena área à parte interna da curva, mas a área total permanece finita, não muito maior do que o triângulo original, na verdade. Se traçarmos um círculo em torno do triângulo original, a curva de Koch jamais irá além dele.

Não obstante, a curva em si é infinitamente longa, tão longa quanto uma linha reta euclideana que se estendesse nas beiradas de um universo ilimitado. Assim como a primeira transformação substitui um segmento de 30 centímetros por quatro segmentos de 10 centímetros, cada transformação multiplica a extensão total em quatro terços. Esse resultado paradoxal, de uma extensão infinita dentro de um espaço finito, perturbou muitos dos matemáticos da passagem do século que se ocuparam do problema. A curva de Koch era monstruosa, um desrespeito a toda intuição justa sobre as formas e — quase nem era preciso dizer — patologicamente diferente de qualquer coisa encontrada na natureza.

Nessas circunstâncias, seu trabalho teve pouco impacto na época, mas alguns matemáticos igualmente obstinados imaginaram outras formas com algumas das características bizarras da curva de Koch. Houve curvas de Peano. Houve tapetes de Sierpiński (*Sierpiński carpets*) e gaxetas de Sierpiński (*Sierpiński gaskets*). Para fazer um tapete, começa-se com um quadrado, divide-se esse quadrado três por três em nove quadrados iguais, e retira-se o quadrado central. Repete-se a operação nos oito quadrados restantes, deixando um buraco quadrado no centro de cada um. A gaxeta é a mesma coisa, mas com triângulos equiláteros em lugar de quadrados; ela tem uma propriedade difícil de imaginar, a de que qualquer ponto arbitrário é um ponto de bifurcação, uma forquilha na estrutura. Ou seja, difícil de imaginar até que se tenha pensado na Torre Eiffel,[17] uma boa aproximação tridimensional, cujas traves, vigas mestras e asnas se projetam numa treliça de membros cada vez menores, uma cintilante rede de pequenos detalhes. Eiffel, é claro, não podia levar essa disposição ao infinito, mas compreendeu o sutil aspecto de engenharia que lhe permitia retirar peso sem retirar também força estrutural.

A mente não pode visualizar toda a capacidade infinita que a complexidade tem de auto-embutir-se. Mas, para alguém que pense como um geômetra sobre a forma, esse tipo de repetição da estrutura em escalas cada vez menores pode abrir todo um mundo. Explorar essas formas, apertar os dedos mentais nas bordas borrachosas de suas possibilidades, era uma espécie de jogo, e Mandelbrot teve um prazer infantil em ver variações que ninguém tinha visto ou compreendido antes. Quando não tinham nomes, ele as batizava: cordas e folhas, esponjas e espumas, coalhadas e gaxetas.



CONSTRUINDO COM BURACOS. Alguns matemáticos, em princípios do século XX, conceberam objetos de aparência monstruosa, feitos pela técnica de acrescentar ou retirar muitas partes infinitamente. Uma dessas formas é o tapete de Sierpiński, construído cortando-se um nono do centro de um quadrado; depois cortam-se os centros dos oito quadrados menores que ficaram; e assim sucessivamente. Um objeto tridimensional análogo é a esponja de Menger, um rendado de aparência sólida que tem uma área de superfície infinita, e não obstante, um volume 0.

A dimensão fracionada mostrou ser precisamente o metro adequado. Em certo sentido, o grau de irregularidade correspondia à eficiência do objeto na ocupação do espaço. Uma linha euclideana simples, monodimensional, não ocupa nenhum espaço. Mas o contorno da curva de Koch, com sua extensão infinita apertando-se nu-

ma área finita, ocupa espaço. É mais do que uma linha, porém menos do que um plano. É maior do que unidimensional, porém menos do que uma forma bidimensional. Usando técnicas criadas pelos matemáticos no princípio do século e depois quase esquecidas, Mandelbrot pôde caracterizar precisamente as dimensões fracionadas. Para a curva de Koch, a multiplicação estendida infinitamente por quatro terços dá uma dimensão de 1,2618.

Ao seguir esse caminho, Mandelbrot teve duas grandes vantagens sobre os poucos matemáticos que tinham refletido sobre tais formas. Uma era o seu acesso aos recursos de computação associados ao nome IBM. Era uma outra tarefa idealmente adequada à forma específica de idiotismo em alta velocidade do computador. Assim como os meteorologistas precisavam realizar os poucos cálculos idênticos em milhões de pontos vizinhos na atmosfera, também Mandelbrot precisava realizar uma transformação facilmente programada um sem-número de vezes. A engenhosidade podia conceber as transformações. Os computadores poderiam executá-las — por vezes com resultados inesperados. Os matemáticos de princípios do século XX chegavam rapidamente à barreira dos cálculos,[18] como a barreira enfrentada antes pelos protobiólogos sem microscópios. Ao examinar um universo de detalhes cada vez menores, a imaginação só pode ir até certo ponto.

Como disse Mandelbrot:[19] "Houve um longo hiato de cem anos no qual o desenho não teve nenhum papel na matemática, porque a mão, o lápis e a régua estavam esgotados. Eram bem compreendidos e já não ocupavam a linha de frente. E o computador não existia.

"Quando comecei a praticar este jogo, havia uma ausência total de intuição. Era necessário criar uma intuição partindo do nada. A intuição tal como era exercitada pelos instrumentos habituais — a mão, o lápis e a régua — achava essas formas monstruosas e patológicas. A velha intuição era enganosa. As primeiras imagens foram para mim uma grande surpresa; depois, comecei a reconhecer algumas imagens a partir de imagens anteriores, e assim por diante.

"A intuição não é algo dado. Treinei minha intuição para considerar óbvias formas inicialmente rejeitadas como absurdas, e acho que todos podem fazer o mesmo."

A outra vantagem de Mandelbrot era a imagem da realidade que tinha começado a formar em seus encontros com os preços do algodão, com o ruído nas transmissões eletrônicas e com as cheias dos rios. A imagem estava começando a entrar em foco, agora. Seus estudos dos padrões irregulares nos processos naturais e sua investigação das formas infinitamente complexas tiveram um ponto intelectual em comum: uma característica de *auto-semelhança*. Acima de tudo, fractal significa auto-semelhante.

A auto-semelhança é a simetria através das escalas. Significa recorrência, um padrão dentro de outro padrão. Os gráficos de preços e os gráficos de rios de Mandelbrot mostravam uma auto-semelhança, porque não só produziam o detalhe em escalas cada vez menores, como também produziam o detalhe com certas medidas constantes. Formas monstruosas como a curva de Koch exibem uma auto-semelhança porque parecem exatamente a mesma coisa, mesmo sob grande ampliação. A auto-semelhança está contida na técnica de construção das curvas — a mesma transformação é repetida em escalas cada vez menores. A auto-semelhança é uma característica facilmente identificável. Suas imagens estão por toda parte, na cultura: no reflexo infinitamente profundo de uma pessoa entre dois espelhos, ou na caricatura em que um peixe come um peixe menor, que come um peixe menor, etc. Mandelbrot gosta de citar Jonathan Swift: "E assim, observam os naturalistas, uma pulga / Tem pulgas menores que a atormentam / E estas tem pulgas menores que as picam, / e assim por diante, *ad infinitum*."

No nordeste dos Estados Unidos,[20] o melhor lugar para estudar terremotos é o Observatório Geofísico de Lamont-Doherty, um grupo de discretos edifícios escondidos nos bosques do sul do estado de Nova York, logo a oeste do rio Hudson. Foi em Lamont-Doherty que Christopher Scholtz, professor da Universidade de Colúmbia que se especializava na forma e estrutura da terra sólida, começou a pensar nos fractais.

Enquanto os matemáticos e físicos teóricos ignoravam o trabalho de Mandelbrot, Scholz era precisamente o tipo de cientista pragmático, funcional, mais capaz de usar os instrumentos da geometria fractal. Tomara conhecimento do nome de Benoit Mandelbrot na década de 60, quando este trabalhava em economia, e Scholz era aluno de pós-graduação do curso M.I.T. e passava grande parte do tempo ocupado com uma questão que resistia à solução, a propósito de terremotos. Sabia-se muito bem, havia 20 anos, que a distribuição dos grandes e pequenos terremotos seguia determinado padrão matemático, precisamente o mesmo padrão de escalas que parecia governar a distribuição de rendas pessoais numa economia de livre mercado. Essa distribuição era observada em toda parte na terra, onde quer que os terremotos fossem contados e medidos. Considerando-se a irregularidade e imprevisibilidade dos terremotos, sob outros aspectos, valia a pena indagar que tipo de processos físicos poderiam explicar essa regularidade. Ou pelo menos assim parecia a Scholz. A maioria dos sismólogos satisfazia-se em registrar o fato e seguir em frente.

Scholz lembrou-se do nome de Mandelbrot e em 1978 comprou um livro profusamente ilustrado, estranhamente erudito, cheio de equações, chamado *Fractals: Form, Chance and Dimension*. Era como se Mandelbrot tivesse reunido num livro meio desconexo tudo o que sabia ou suspeitava sobre o universo. Em alguns anos esse livro, e seu substituto, revisto e ampliado, *The Fractal Geometry of Nature*, tinha vendido mais exemplares do que qualquer outro livro de alta matemática. Seu estilo era abstruso e exasperante, por vezes espirituoso, literário e opaco. O próprio Mandelbrot chamava-o de "um manifesto e um caderno de anotações".[21]

Como poucos especialistas num punhado de outros campos, especialmente cientistas que trabalhavam nas partes materiais da natureza, Scholz passou vários anos tentando imaginar o que fazer com esse livro. Estava longe de ser óbvio. *Fractals* era, como disse Scholz, "não um livro que ensinava a fazer, mas um livro intrigante".[22] Scholz, porém, estava muito interessado em superfícies, presentes em todo o livro. Verificou que não conseguia parar de pensar sobre o potencial das idéias de Mandelbrot. Começou a elaborar uma maneira de usar os fractais para descrever, classificar e medir os pedaços do seu mundo científico.

Percebeu logo que não estava sozinho, embora muitos anos tivessem de transcorrer antes que conferências e seminários sobre os fractais começassem a multiplicar-se. As idéias unificadoras da geometria fractal reuniram cientistas que achavam que as suas observações eram idiossincráticas e que não dispunham de uma maneira sistemática de compreendê-las. As percepções da geometria fractal ajudaram os cientistas que estudavam a maneira pela qual as coisas se fundiam, a maneira pela qual se separavam ou a maneira pela qual se fragmentavam. É um método de examinar os materiais — as superfícies microscopicamente irregulares dos metais, os pequenos orifícios e canais de rochas porosas portadoras de petróleo, as paisagens fragmentadas de uma zona de terremotos.

Para Scholz, competia aos geofísicos descrever a superfície da terra, a superfície cuja intersecção com os oceanos lisos cria as linhas costeiras. No alto da terra sólida estão superfícies de outro tipo, superfícies de fendas. Falhas e fraturas dominam de tal modo a estrutura da superfície da terra que se tornam a chave de qualquer boa descrição, mais importante, no geral, do que o material de que se ocupam. As fraturas entrecruzam-se na superfície da terra em três dimensões, criando o que Scholz extravagantemente chamou de "esquizosfera". Elas controlam o fluxo do fluido através do chão — o fluxo da água, o fluxo do petróleo e o fluxo do gás natural. Controlam o comportamento dos terremotos. Era importante entender

as superfícies, porém Scholz acreditava que sua profissão estava num dilema. Na verdade, não havia nenhuma estrutura.

Os geofísicos examinavam as superfícies da mesma maneira que qualquer pessoa faria, como formas. Uma superfície podia ser lisa. Ou podia ter determinada forma. Podia-se olhar para o contorno de um Fusca, por exemplo, e traçar aquela superfície como uma curva. A curva seria medida pelos conhecidos processos euclidianos. Podia-se usar uma equação para isso. Mas na descrição de Scholz, só se poderia examinar aquela superfície através de uma estreita faixa espectral. Seria como examinar o universo através de um filtro vermelho — vê-se o que acontece naquele comprimento de onda da luz, mas perde-se tudo o que acontece nos comprimentos de onda de outras cores, para não falarmos da vasta gama de atividades em partes do espectro correspondente à radiação infravermelha ou às ondas de rádio. O espectro, nessa analogia, corresponde à escala Ver a superfície de um Volkswagen em termos de sua forma euclidiana é vê-la apenas na escala de um observador a dez ou cem metros de distância. E o observador que está a um quilômetro, ou a cem quilômetros de distância? Ou a um milímetro, ou a um mícron?

Imaginemos o traçado da superfície da terra, vista de uma distância de cem quilômetros, lá do espaço. A linha sobe e desce por árvores e morros, edifícios e — num estacionamento, em algum ponto — um Volkswagen. Naquela escala, a superfície é apenas uma pequena elevação entre muitas outras, um produto do acaso.

Imaginemos agora ver o Volkswagen cada vez mais perto, num enfoque crescente com lupas e microscópio. A princípio, a superfície parece ficar cada vez mais lisa, à medida que a rotundidade dos pára-choques e do capô deixam de ser percebidas. Mas em seguida a superfície microscópica do aço revela-se também cheia de altos e baixos, de uma maneira aparentemente aleatória. Parece caótica.

Scholz viu que a geometria fractal proporcionava um vigoroso instrumento para a descrição das irregularidades específicas da superfície da terra, e os metalurgistas fizeram a mesma constatação em relação às superfícies de diferentes tipos de aço. A dimensão fractal da superfície de um metal, por exemplo, proporciona com freqüência informações que correspondem ao vigor do metal. E a dimensão fractal da superfície da terra oferece chaves também para as suas importantes propriedades. Scholz refletiu sobre uma formação geológica clássica, a encosta escarpada de uma montanha. À distância, é uma forma euclidiana, dimensão dois. Quando o geólogo se aproxima, porém, vê-se caminhando não só sobre ela, como também dentro dela — a escarpa se decompõe em pequenas elevações do tamanho de carros. Sua dimensão real passou a ser de cerca de 2,7, porque as superfícies da rocha se projetam por sobre ele em

forma de ganchos e o envolvem, quase que ocupando o espaço tridimensional, como a superfície de uma esponja.

As descrições fractais tiveram aplicação imediata numa série de problemas ligados às propriedades das superfícies em contato umas com as outras. O contato entre as riscas do pneu e o concreto é um desses problemas. Também o contato das juntas das máquinas, ou o contato elétrico. Os contatos entre superfícies têm propriedades totalmente independentes dos materiais usados. São propriedades que dependem da característica fractal das irregularidades sobre irregularidades e sobre irregularidades. Uma conseqüência simples, mas séria, da geometria fractal das superfícies é que estas, em contato, não se tocam totalmente. A irregularidade em todas as escalas impede isso. Até mesmo em rochas sob enorme pressão, em escala suficientemente pequena torna-se claro que há hiatos, permitindo que os fluidos corram. Para Scholz, é o Efeito Humpty-Dumpty. É em virtude deste que dois pedaços de uma xícara quebrada não podem ser colados, embora pareçam, numa escala maior, encaixar-se perfeitamente. Numa escala menor, as irregularidades deixam de coincidir.

Scholz tornou-se conhecido em seu campo como uma das poucas pessoas que adotavam técnicas fractais. Ele sabia que alguns dos seus colegas encaravam esse pequeno grupo como excêntricos. Se usava a palavra fractal no título de um artigo, sentia que era visto como admiravelmente atualizado, ou não tão admiravelmente oportunista, adotando um modismo. Até mesmo escrever artigos obrigava a decisões difíceis, entre escrever para um pequeno público de adeptos fractais, ou escrever para um público geofísico maior, que precisaria de explicações de conceitos básicos. Ainda assim, Scholz considerava indispensáveis os instrumentos da geometria fractal.

"É um modelo único, que nos permite enfrentar a gama das mutáveis dimensões da terra",[23] disse ele. "Proporciona-nos os instrumentos matemáticos e geométricos para descrever e fazer previsões. Uma vez vencida a dificuldade e entendido o paradigma, podemos começar a medir coisas e pensar nelas de uma nova maneira. Passamos a vê-las de maneira diferente. Temos uma nova visão. Não é igual à visão antiga, absolutamente — é muito mais ampla."

Que tamanho tem? Quanto tempo dura? Essas são as perguntas mais básicas que o cientista faz. São tão básicas para a maneira pela qual as pessoas conceituam o mundo que não é fácil ver que encerram certa tendenciosidade. Indicam que o tamanho e a duração, propriedades dependentes da escala, são propriedades com significado, propriedades que podem ajudar a descrever ou classificar

um objeto. Quando o biólogo descreve o ser humano, ou o físico descreve um quark, o *tamanho* e a *duração* são, na verdade, perguntas adequadas. Em sua estrutura física ampla, os animais estão muito presos a determinada escala. Imagine-se um ser humano com uma escala que seja o dobro do seu tamanho, mantendo todas as proporções, e teremos imaginado uma estrutura cujos ossos desabarão sob seu peso. A escala é importante.

A física do comportamento dos terremotos é, em grande parte, independente da escala. Um terremoto grande é apenas uma versão, em maior escala, de um terremoto pequeno. Isso distingue os terremotos dos animais, por exemplo — um animal de trinta centímetros tem de ter uma estrutura bem diferente da de um animal de dez centímetros, e um animal de dois metros precisa de uma arquitetura ainda mais diferente, para que seus ossos não se partam sob a maior massa. As nuvens, por outro lado, são fenômenos independentes da escala, como os terremotos. Sua irregularidade característica — que pode ser descrita em termos de dimensão fractal — não se modifica, ao ser observada em diferentes tamanhos. É por isso que os viajantes de avião perdem qualquer perspectiva da distância de uma nuvem. Sem a ajuda de indicações como a nebulosidade, uma nuvem a seis metros pode ser indistinguível de uma a 600 metros. Na verdade, as análises das fotos de satélites mostrou uma dimensão fractal invariável nas nuvens observadas a centenas de quilômetros de distância.

É difícil romper o hábito de pensar nas coisas em termos de seu tamanho e de sua duração. A geometria fractal, porém, pretende que, para alguns elementos da natureza, a busca de uma escala característica torna-se uma perturbação. *Furacão*. Por definição, é uma ventania de certa intensidade. Mas a definição é imposta por pessoas à natureza. Na realidade, os cientistas atmosféricos estão compreendendo que o tumulto no ar forma um *continuum*, desde os pés-de-vento que arrastam o lixo nas ruas de uma cidade até os vastos sistemas ciclônicos visíveis do espaço. As categorias são enganosas. Os extremos do *continuum* formam uma só peça com o meio.

Ocorre que as equações do fluxo dos fluidos são, em muitos contextos, sem dimensões, significando que se aplicam sem se levar em conta a escala. As asas de um avião e as hélices de um navio podem ser testadas em menor escala em túneis aerodinâmicos e em bacias de laboratório. E, com algumas limitações, as tempestades pequenas agem como as grandes.

Os vasos sanguíneos, da aorta aos capilares, formam um outro tipo de *continuum*. Eles se ramificam e dividem e voltam a ramificar-se até se tornarem tão estreitos que os glóbulos sangüí-

neos são forçados a deslizar em fila indiana. A natureza dessa ramificação é fractal. Sua estrutura assemelha-se a um dos monstruosos objetos imaginários concebidos pelos matemáticos de Mandelbrot na passagem do século. Por uma questão de necessidade fisiológica, os vasos sanguíneos têm de desempenhar certa mágica dimensional. Assim como a curva de Koch, por exemplo, aperta uma linha de extensão infinita numa pequena área, o sistema circulatório tem de apertar uma enorme área de superfície num volume limitado. Em termos dos recursos do corpo, o sangue é caro e o espaço também. A estrutura fractal que a natureza imaginou opera com tal eficiência que, na maioria dos tecidos, nenhuma célula está a uma distância de mais de três ou quatro células de um vaso sanguíneo. Mesmo assim, vasos e sangue ocupam pouco espaço, não indo além dos 5% do corpo. É a Síndrome do Mercador de Veneza, como a chamou Mandelbrot — não só não se pode tirar meio quilo de carne sem derramar sangue, como não se pode tirar um miligrama sem que se faça o mesmo.

Essa estranha estrutura — na realidade, duas árvores de veias e artérias que se interligam — está longe de ser excepcional. O corpo está cheio dessas complexidades. No aparelho digestivo, o tecido revela ondulações dentro de ondulações. Também os pulmões têm de concentrar a maior superfície possível no menor espaço. E a capacidade de um animal de absorver oxigênio é mais ou menos proporcional à área da superfície de seus pulmões. Os pulmões humanos típicos concentram uma superfície maior do que uma quadra de tênis. E uma outra complicação, o labirinto da traquéia deve fundir-se eficientemente com artérias e veias.

Todo estudante de medicina sabe que os pulmões são feitos de modo a acomodar uma enorme área de superfície. Os anatomistas, porém, são treinados a examinar uma escala de cada vez — por exemplo, os milhões de alvéolos, sacos microscópicos em que termina a seqüência dos vasos ramificados. A linguagem da anatomia tende a obscurecer a unidade que existe *através* das escalas. A abordagem fractal, em contraste, abarca toda a estrutura em termos das ramificações que a produzem, ramificações que se comportam de maneira coerente, das grandes às pequenas escalas. Os anatomistas estudam o sistema vascular classificando os vasos sanguíneos em categorias baseadas no tamanho — artérias e arteríolas, veias e vênulas. Para certas finalidades, tais categorias são úteis. Para outras, porém, podem induzir a erro. Por vezes, os manuais didáticos parecem dançar em volta da verdade: "Na transição gradual de um tipo de artéria para outro, é por vezes difícil classificar a região intermediária. Algumas artérias de calibre intermediário têm paredes que sugerem artérias maiores, enquanto algumas artérias grandes têm

paredes como as de tamanho médio. As regiões de transição (...) freqüentemente designam-se como artérias mistas."[24]

Não imediatamente, mas uma década depois que Mandelbrot publicou suas especulações fisiológicas, alguns biólogos teóricos[25] começaram a verificar que a organização fractal controlava estruturas em todo o corpo. A descrição "exponencial" clássica das ramificações dos brônquios estava errada: uma descrição fractal enquadrava-se melhor nos dados. O sistema coletor urinário revelou-se fractal. O canal biliar no fígado. A rede de fibras especiais[26] do coração, que transmitem os pulsos de corrente elétrica aos músculos que se contraem. A última estrutura a revelar-se aos especialistas do coração, como a rede His-Purkinje, inspirou uma linha particularmente importante de pesquisas. Um trabalho considerável em corações saudáveis e anormais dependeu dos detalhes de como as células musculares das câmaras de bombeamento conseguem coordenar-se. Vários cardiologistas interessados no caso[27] verificaram que o espectro da freqüência das batidas cardíacas, como os terremotos e os fenômenos econômicos, seguia as leis fractais, e afirmaram que uma chave para compreender o ritmo cardíaco era a organização fractal da rede de His-Purkinje, um labirinto de trilhas que se ramificam, organizado para ser idêntico a si mesmo em escalas cada vez menores.

Como a natureza conseguiu produzir essa arquitetura tão complicada? A tese de Mandelbrot é de que as complicações só existem no contexto da geometria euclidiana tradicional. Como fractais, as estruturas ramificantes podem ser descritas com transparente simplicidade, com apenas algumas informações. Talvez as transformações simples que dão origem às formas imaginadas por Koch, Peano e Sierpiński tenham seu análogo nas instruções codificadas do genes de um organismo. O DNA certamente não pode especificar o vasto número de brônquios, bronquíolos e alvéolos, ou a estrutura espacial específica da árvore resultante, mas pode especificar um processo de repetição da bifurcação e do desenvolvimento. Esses processos são adequados aos propósitos da natureza. Quando a E.I. Dupont De Nemours & Company[28] e o Exército dos Estados Unidos começaram finalmente a produzir um correspondente sintético de penugem de ganso, foi por terem compreendido que a fenomenal capacidade de colher o ar, evidenciada pelo produto natural, vinha dos nodos e ramificações fractais da proteína chave da penugem, a ceratina. Mandelbrot passava naturalmente das árvores pulmonares e vasculares para as árvores botânicas reais, árvores que precisavam captar o sol e resistir ao vento, com ramos fractais e folhas fractais. E os biólogos teóricos começaram a especular que a escala fractal não era apenas comum, mas universal, em morfogê-

nese. Argumentaram que o entendimento de como esses padrões eram codificados e processados tornara-se um dos grandes desafios à biologia.

"Comecei a procurar esses fenômenos nas latas de lixo da ciência, porque desconfiava que estava observando não uma exceção, mas talvez algo muito comum. Assisti a conferências e procurei em publicações antiquadas, a maioria delas de pouca ou nenhuma utilidade, mas de vez em quando encontrava coisas interessantes. De certa maneira, era a abordagem de um naturalista, e não de um teórico. Mas minha busca foi recompensada."[29]

Tendo consolidado num livro um conjunto das idéias sobre a natureza e a história matemática, que passara toda a vida formulando, Mandelbrot conheceu uma margem de sucesso acadêmico a que não estava habituado. Ele se tornou uma peça do circuito das conferências científicas, com suas indispensáveis bandejas de *slides* coloridos e seu cabelo branco parecido com palha. Começou a ganhar prêmios e outras honras profissionais, e seu nome tornou-se tão conhecido do público não-científico quanto o de qualquer outro matemático. Isso aconteceu, em parte, em virtude da atração estética de suas imagens fractais, e em parte porque os muitos milhares de pessoas que usam um microcomputador como passatempo podiam começar a explorar sozinhos aquele mundo. E em parte porque ele se destacou. Seu nome apareceu numa pequena lista compilada pelo historiador da ciência I. Bernard Cohen, de Harvard.[30] Cohen tinha investigado os anais da descoberta durante anos, procurando cientistas que consideravam a sua própria obra "revoluções". Ao todo, encontrou apenas 16. Robert Symmer, escocês contemporâneo de Benjamin Franklin, cujas idéias sobre a eletricidade eram realmente radicais, mas errôneas. Jean-Paul Marat, conhecido hoje apenas pela sua sangrenta contribuição à Revolução Francesa. Von Liebig. Hamilton. Charles Darwin, naturalmente. Virchow. Cantor. Einstein. Minkowski. Von Laue. Alfred Wegener — deriva dos continentes. Compton Just. James Watson — a estrutura do DNA. E Benoit Mandelbrot.

Para os matemáticos puros, porém, Mandelbrot continuava um marginal, polemizando com a violência de sempre com a política da ciência. No auge de seu sucesso, ele foi vilipendiado por alguns colegas, que o consideravam anormalmente preocupado com o lugar que lhe cabia na história da ciência. Diziam que ele os intimidava a propósito dos créditos que lhe eram devidos. Não há dúvida de que em seu período de herege profissional ele alimentou a apreciação tanto pela tática quanto pela substância da realização científica. Por vezes, quando surgiam artigos que usavam idéias da

geometria fractal, telefonava ou escrevia aos autores para queixar-se de que não haviam feito referências a ele ou ao seu livro.

Seus admiradores tiveram facilidade em perdoar-lhe o ego, levando em conta as dificuldades que tivera de superar para conseguir reconhecimento pelo seu trabalho. "É claro que ele é um pouco megalomaníaco,[31] tem esse ego incrível, mas o trabalho que faz é bonito, por isso a maioria das pessoas não se importa", disse alguém. Nas palavras de outro, "Ele teve tantas dificuldades[32] com seus colegas matemáticos que, para sobreviver, simplesmente teve de desenvolver essa estratégia de exagerar seu próprio ego. Se não fizesse isso, se não estivesse tão convencido de que tinha a visão certa, jamais teria conseguido o êxito."

A questão de receber e dar créditos pode tornar-se obsessiva na ciência. Mandelbrot fez as duas coisas, com intensidade. Seus livros estão cheios da primeira pessoa: *Afirmo... Concebi e desenvolvi... e coloquei em prática... Confirmei... Mostrei... Criei... Em minhas viagens por territórios recém-abertos, ou recém-colonizados, fui muitas vezes levado a exercer o direito de dar nome aos seus marcos.*

Muitos cientistas não gostavam desse estilo. Nem se deixavam comover pelo fato de ser Mandelbrot igualmente copioso em suas referências a predecessores, alguns totalmente obscuros. (E todos, como observam seus detratores, já mortos e não representando nenhum risco.) Achavam que essa era apenas sua maneira de tentar colocar-se bem no centro, instalando-se como o papa, lançando sua bênção de um lado do campo ao outro. Reagiram. Os cientistas dificilmente podiam evitar a palavra "fractal," mas se quisessem evitar o nome de Mandelbrot[33] podiam falar da dimensão fraccional como *dimensão* de *Hausdorff-Besicovitch*. Eles também — em especial os matemáticos — ressentiam-se da maneira pela qual Mandelbrot entrava e saía das diferentes disciplinas, fazendo suas asseverações e conjeturas e deixando a outros o trabalho pesado de prová-las.

Era uma questão legítima. Se um cientista anuncia que alguma coisa é provavelmente verdade, e outro a demonstra com rigor, qual deles contribuiu mais para o avanço da ciência? A formulação de uma conjetura é um ato de descoberta? Ou será apenas a tentativa, a sangue frio, de firmar uma prioridade? Os matemáticos sempre enfrentam tais questões, mas o debate tornou-se mais intenso à medida que os computadores começaram a desempenhar um papel novo. Aqueles que os usavam para realizar experimentos tornaram-se parecidos com cientistas de laboratório, trabalhando segundo regras que permitiam a descoberta sem a prova habitual pelo teorema, a prova do teorema do trabalho matemático padrão.

O livro de Mandelbrot era muito abrangente e estava cheio das minúcias da história matemática. Onde quer que o caos levasse, Mandelbrot tinha alguma base para asseverar que chegara ali primeiro. Pouco importava que a maioria dos seus leitores achassem obscuras ou mesmo inúteis as suas referências. Eles tinham de admitir sua extraordinária intuição da direção dos avanços em campos que ele nunca estudara realmente, desde a sismologia até a fisiologia. Era por vezes estranho, e outras vezes irritante. Até mesmo um admirador gritaria, exasperado: "Mandelbrot não foi o primeiro a pensar em *tudo*."[34]

Pouco importa. O rosto de um gênio nem sempre precisa ter a expressão de santidade de um Einstein. Mesmo assim, durante décadas, como acredita Mandelbrot, ele teve de ser hábil com o seu trabalho. Teve de formular idéias originais em termos que não fossem ofensivos. Teve de suprimir seus prefácios visionários para conseguir a publicação dos seus artigos. Quando escreveu a primeira versão do seu livro, publicado em francês em 1975, achou que foi forçado a fingir que ele não tinha nada de muito surpreendente. Foi por isso que escreveu a versão mais recente explicitamente como "um manifesto e um histórico". Estava enfrentando a política da ciência.

"A política afetou o estilo[35] num sentido que mais tarde eu viria a lamentar. Eu dizia: 'É natural... É interessante observar que ...' Mas na verdade aquilo nada tinha de natural, e a observação interessante era na verdade resultado de longas investigações, de busca de provas, e de autocrítica. Tinha uma atitude filosófica e distante, que achei necessário à sua aceitação. A política estava no fato de que, se eu propusesse um afastamento radical, isso teria representado o fim do interesse dos leitores.

"Mais tarde recebi de volta algumas dessas afirmações, gente que dizia: 'É natural observar...' Não era isso o que eu pretendia."

Rememorando, Mandelbrot viu que cientistas de várias disciplinas reagiram à sua abordagem em etapas tristemente previsíveis. A primeira era sempre a mesma: quem é você, e por que se interessa pelo nosso campo? Segunda: que relação tem isso com o que você vem fazendo, e por que não explica com base no que sabemos? Terceira: tem certeza de que isso é matemática? (Tenho certeza, sim.) Então, por que nós não sabemos disso? (Porque é matemática, mas muito obscura.)

A matemática difere da física, e de outras ciências aplicadas, sob esse aspecto. Quando um ramo da física se torna obsoleto ou improdutivo, tende a ser parte do passado, para sempre. Pode constituir uma curiosidade histórica, talvez fonte de inspiração para um cientista moderno, mas a física morta está, em geral, morta por uma boa razão. A matemática, em contraste, está cheia de canais e ata-

lhos que parecem não levar a lugar nenhum numa época e que se tornam importantes áreas de estudo em outra. A aplicação potencial de um raciocínio puro jamais pode ser prevista. É por isso que os matemáticos valorizam seu trabalho de uma maneira estética, buscando elegância e beleza, como fazem os artistas. É por isso também que Mandelbrot, em sua atividade de antiquário, encontrou tanta matemática boa, pronta a ser espanada.

Portanto, a quarta etapa era esta: o que as pessoas desses ramos da matemática acham do seu trabalho? (Não se interessam, porque não é uma contribuição para a matemática. Na verdade, ficam surpresas com o fato de que suas idéias representam a natureza.)

No fim, a palavra "fractal" passou a representar uma maneira de descrever, calcular e pensar sobre formas irregulares e fragmentadas, recortadas e descontínuas — formas que vão das curvas cristalinas dos flocos de neve até as poeiras descontínuas das galáxias. Uma curva fractal significa uma estrutura organizadora escondida atrás da medonha complicação dessas formas. Estudantes secundários podem entender as fractais e brincar com elas: eram tão primárias quanto os elementos de Euclides. Programas simples de computadores para desenhar imagens fractais circularam entre os que tinham computadores pessoais como passatempo.

Mandelbrot encontrou a aceitação mais entusiástica entre os cientistas aplicados que trabalhavam com petróleo, rochas ou metais em especial nos centros de pesquisas de grandes empresas. Em meados da década de 80, grande número de cientistas das enormes instalações de pesquisa da Exon[36], por exemplo, trabalhavam em problemas fractais. Na General Electric, as fractais tornaram-se um princípio de organização no estudo de polímeros e também — embora esse trabalho fosse realizado secretamente — em problemas de segurança de reator nuclear. Em Hollywood, as fractais encontraram sua aplicação mais fantasiosa na criação de paisagens fenomenalmente realistas, terrenas e extra-terrenas, nos efeitos especiais para o cinema.

Os padrões que pessoas como Robert May e James Yorke descobriram em princípios da década de 70, com seus complexos limites entre o comportamento ordenado e o caótico, tinham regularidades insuspeitadas que só podiam ser descritas em termos da relação entre as escalas grandes e pequenas. As estruturas que proporcionavam a chave da dinâmica não-linear eram fractais. E no nível prático mais imediato, a geometria fractal também proporcionava uma série de ferramentas que foram utilizadas por físicos, químicos, sesmiólogos, metalurgistas, teóricos das probabilidades e fisiologistas. Esses pesquisadores estavam convencidos, e tentavam

convencer outros, de que a nova geometria de Mandelbrot era a da própria natureza.

Eles tiveram um impacto irrefutável sobre a matemática ortodoxa e também sobre a física, mas o próprio Mandelbrot jamais conquistou o respeito total dessas comunidades. Mesmo assim, tiveram de aceitá-lo. Um matemático[37] disse aos amigos que acordou certa noite ainda tremendo em conseqüência de um pesadelo. Nele, o matemático estava morto, e de repente ouvia a voz inequívoca de Deus. "Sabe", disse Deus, "havia realmente alguma coisa naquele Mandelbrot".

A idéia de auto-semelhança faz soar acordes antigos em nossa cultura. Uma velha tendência do pensamento ocidental honra essa idéia. Leibniz imaginou que uma gota d'água contivesse todo um pulsante universo, encerrando por sua vez, gotas d'água e novos universos dentro delas. "Ver o mundo num grão de areia", escreveu Blake, e com freqüência os cientistas mostravam-se predispostos a vê-lo. Quando o espermatozóide foi descoberto, julgou-se que cada um deles seria um homúnculo, um ser humano, minúsculo, mas plenamente formado.

Mas a auto-semelhança desapareceu como princípio científico, por uma boa razão: não se harmonizava com os fatos. Os espermatozóides não só não eram apenas seres humanos em pequena escala, como eram muito mais interessantes do que isso — e o processo de desenvolvimento ontogenético é muito mais interessante do que a simples ampliação. O sentido inicial da auto-semelhança como princípio de organização vinha das limitações da experiência humana com as escalas. De que outra maneira imaginar o muito grande e o muito pequeno, o muito rápido e o muito lento, senão como extensões do que era conhecido?

O mito morreu quando a visão humana foi ampliada pelos telescópios e microscópios. As primeiras descobertas trouxeram a compreensão de que cada mudança de escala provocava novos fenômenos e novos tipos de comportamento. Para o moderno físico de partículas, o processo não termina. Todo acelerador novo, com seu aumento de energia e velocidade, amplia o campo de visão da ciência a partículas cada vez menores e escalas de tempo cada vez mais limitadas, e toda extensão parece trazer novas informações.

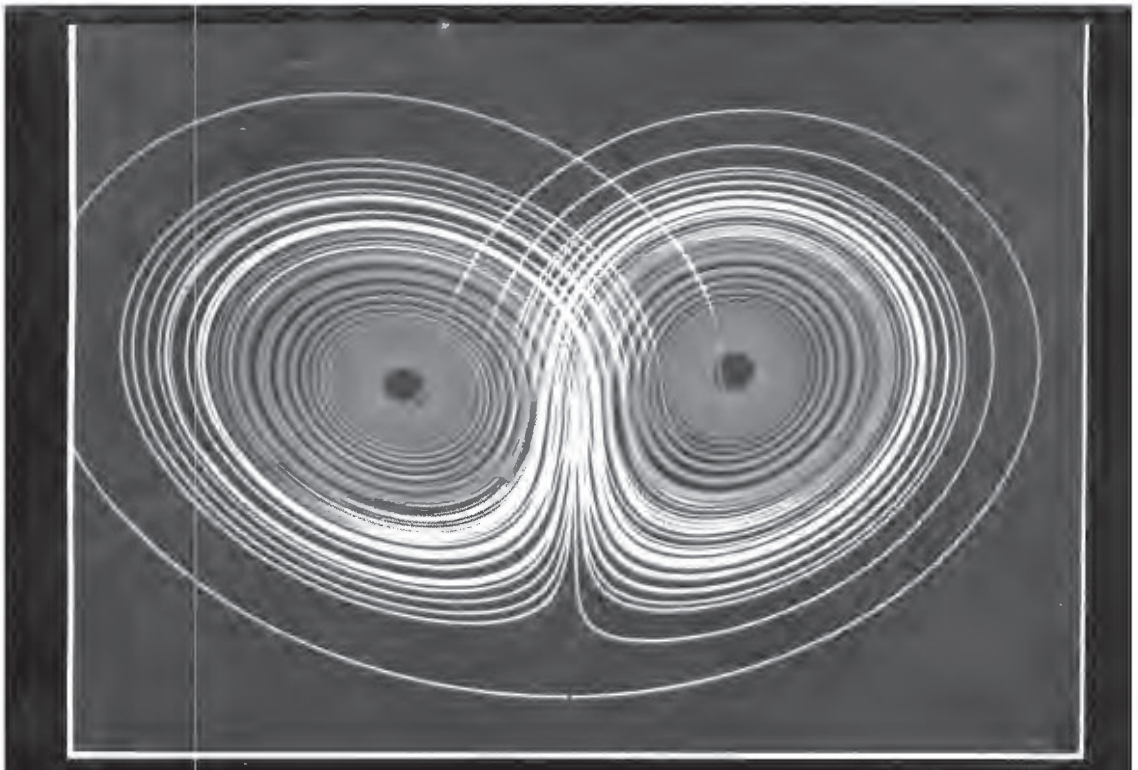
À primeira vista, a idéia da coerência das novas escalas parece trazer menos informações. Em parte, isso ocorre em virtude de uma tendência paralela na ciência, a do reducionismo. Os cientistas desmontam as coisas e olham uma parte de cada vez. Se querem examinar a interação de partículas subatômicas, colocam duas ou três juntas. Isso já é uma complicação suficiente. O poder da auto-

semelhança, porém, começa em níveis de complexidade muito maiores. É uma questão de examinar o todo.

Embora Mandelbrot fizesse dela o mais amplo uso geométrico possível, a volta das idéias de escala à ciência nas décadas de 60 e 70 tornou-se uma corrente intelectual que se fez sentir em muitos lugares. A auto-semelhança estava implícita em muitos lugares, simultaneamente. Estava implícita na obra de Edward Lorenz. Era parte do seu entendimento intuitivo da estrutura fina dos mapas feitos pelo seu sistema de equações, uma estrutura que ele podia sentir, mas não ver nos computadores existentes em 1963. A escala também tornou-se parte de um movimento da física que levou, mais diretamente do que o trabalho do próprio Mandelbrot, à disciplina conhecida como caos. Até mesmo em campos distantes, os cientistas estavam começando a pensar em termos de teorias que usavam hierarquias de escala, como na biologia evolucionária, onde tornou-se claro que uma teoria completa teria de identificar padrões de desenvolvimento em genes, em organismos individuais, em espécies e em famílias de espécies, ao mesmo tempo.

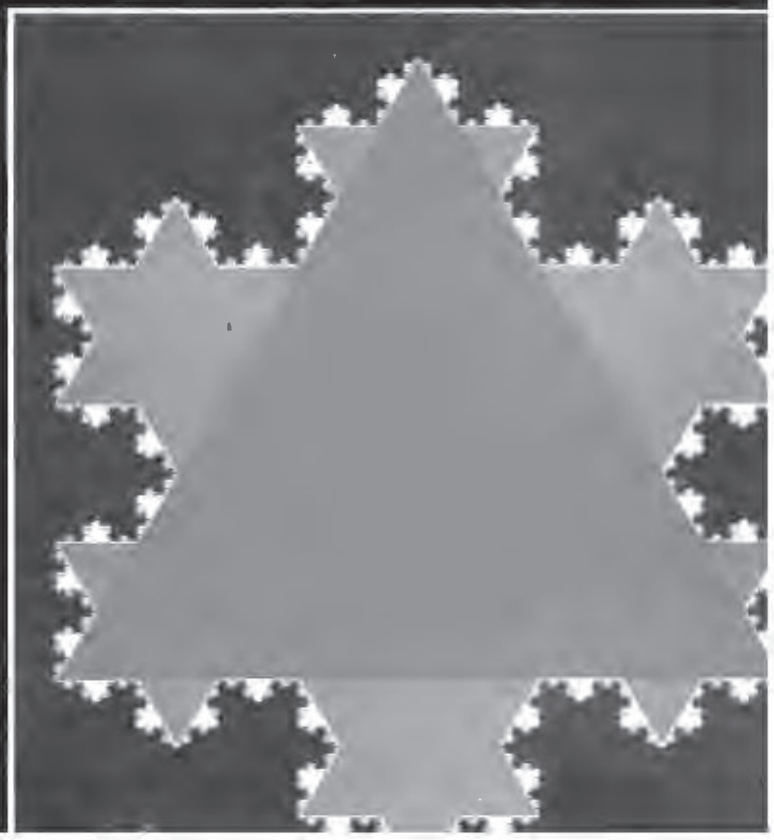
Paradoxalmente, talvez, a apreciação dos fenômenos de escala deve ter vindo do mesmo tipo de expansão do entendimento humano que acabou com as ingênuas idéias antigas de auto-semelhança. Em fins do século XX, de modo jamais concebido antes, as imagens do incompreensivelmente pequeno e do inimaginavelmente grande tornaram-se parte da experiência de todos. A cultura viu fotografias de galáxias e de átomos. Ninguém teve de imaginar, como Leibniz, o que poderia ser o universo em escalas microscópicas ou telescópicas — os microscópios e telescópios tornaram essas imagens parte da experiência cotidiana. Dada a ansiedade da mente em encontrar analogias na experiência, novos tipos de comparação entre o grande e o pequeno eram inevitáveis — e algumas foram produtivas.

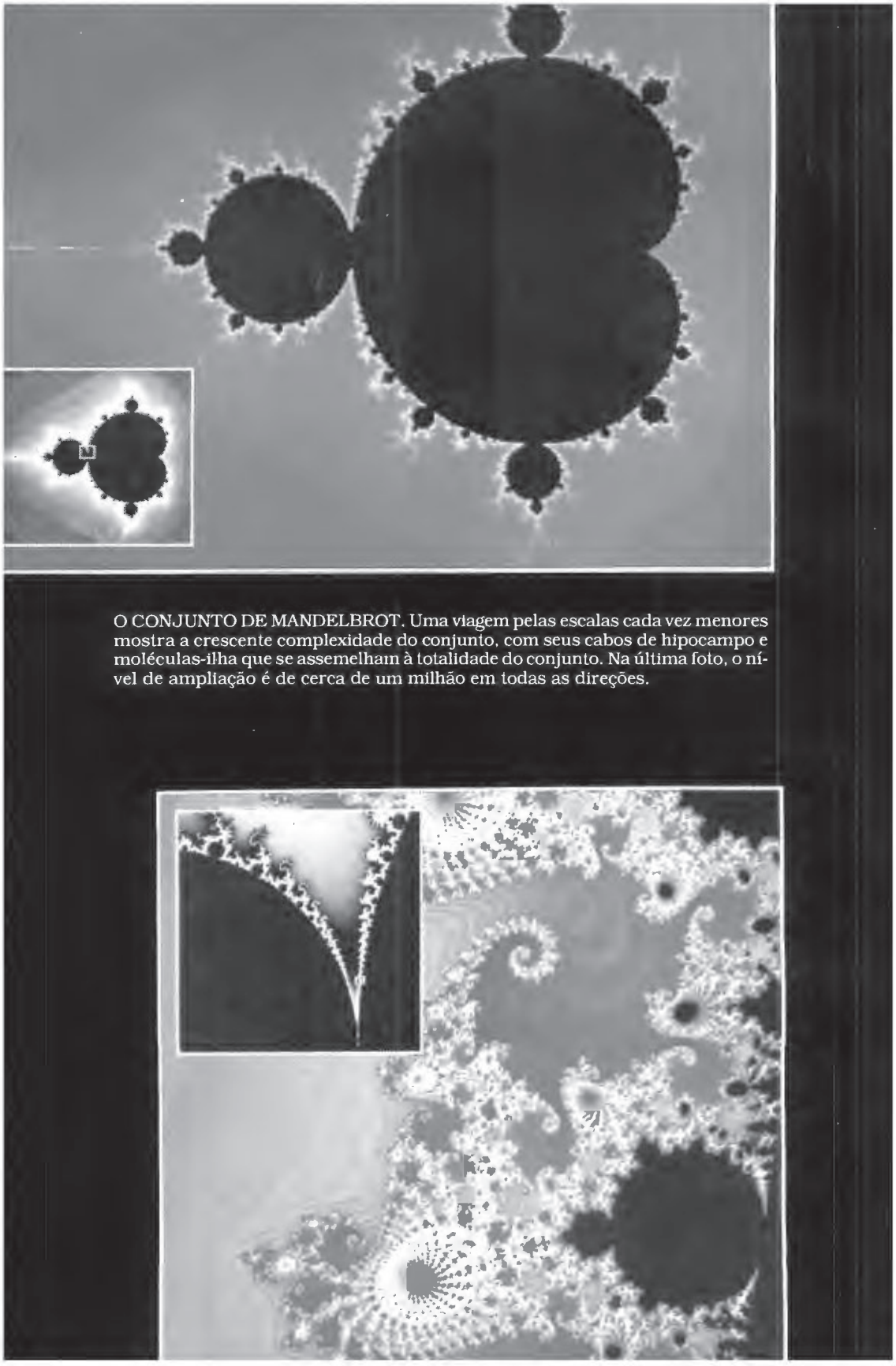
Os cientistas atraídos pela geometria fractal sentiram, com freqüência, paralelos emocionais entre sua nova estética matemática e as mudanças ocorridas nas artes na segunda metade do século. Sentiram que a cultura em geral lhes estava transmitindo um entusiasmo interior. Para Mandelbrot, o epítome da sensibilidade euclidiana fora da matemática era a arquitetura da Bauhaus. Bem poderia ter sido o estilo de pintura melhor exemplificado pelos quadrados coloridos de Josef Albers: depurados, lineares, ordenados, reducionistas, geométricos. *Geométrico* — a palavra significa o que tem significado há milhares de anos. Edifícios chamados de geométricos são compostos de formas simples, linhas retas e círculos, descritíveis com apenas alguns números. A moda da arquitetura e da pintura geométricas veios e passou. Os arquitetos já não se preocupam



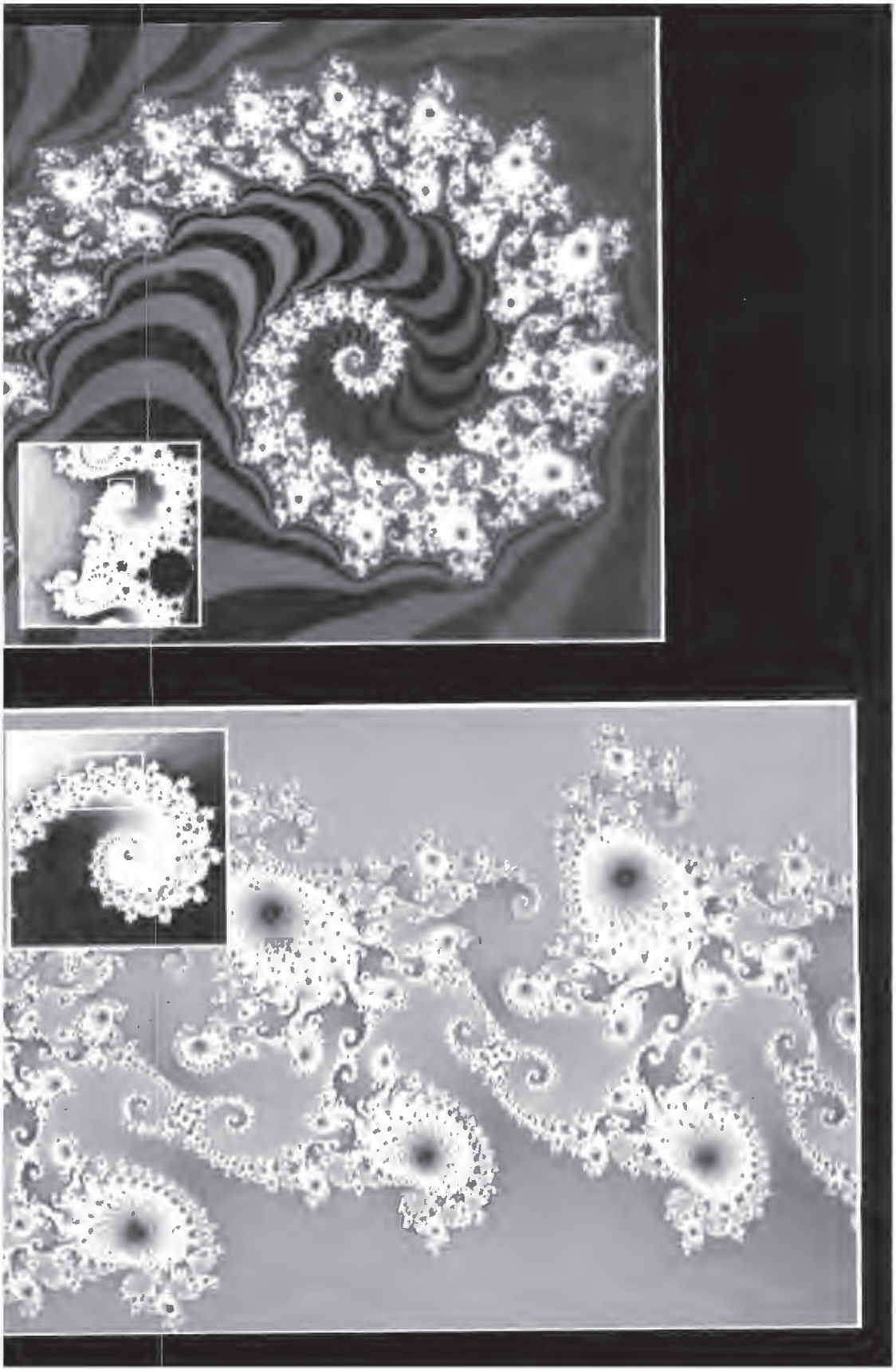
O atrator de Lorenz

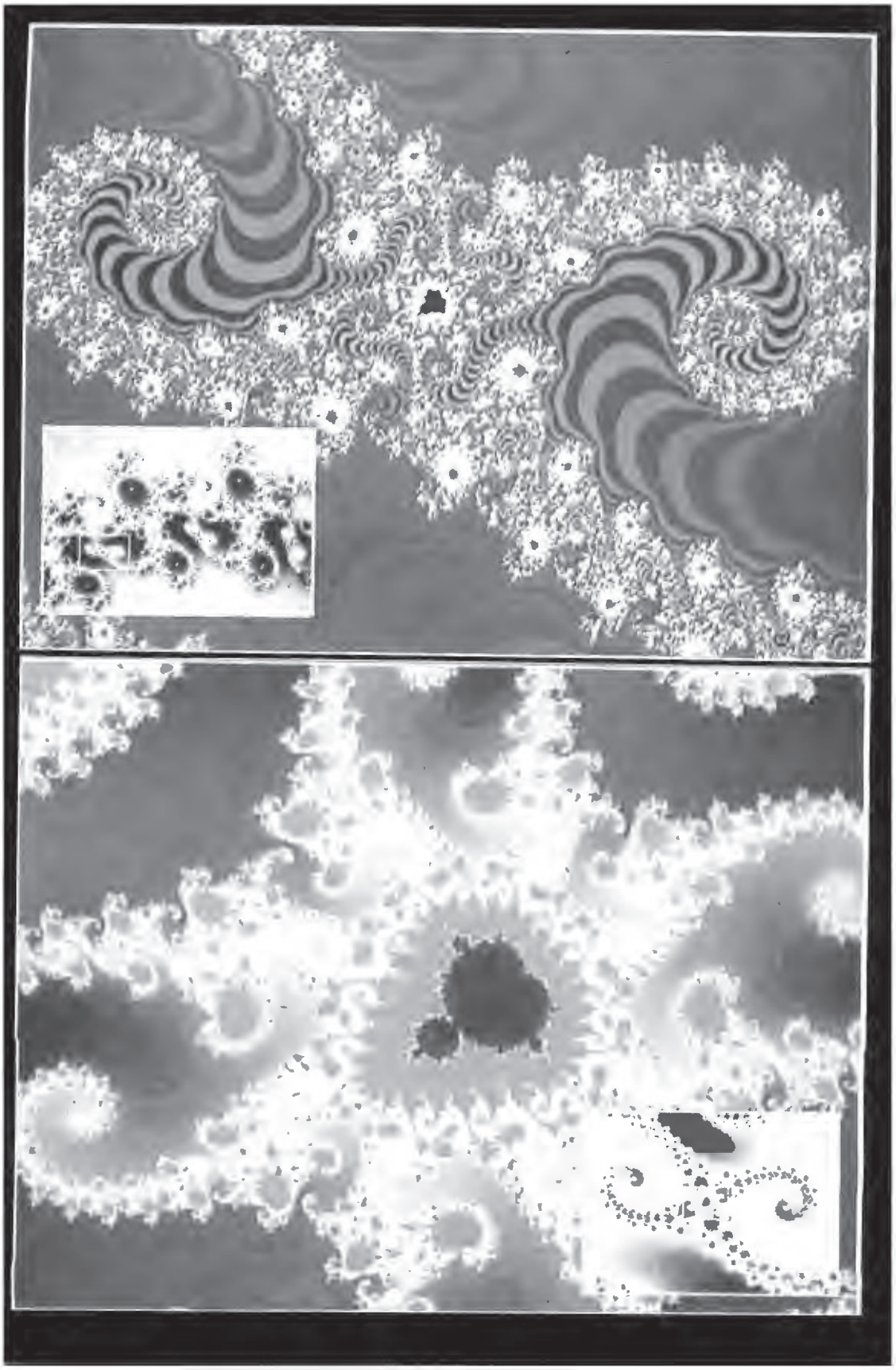
A curva de Koch

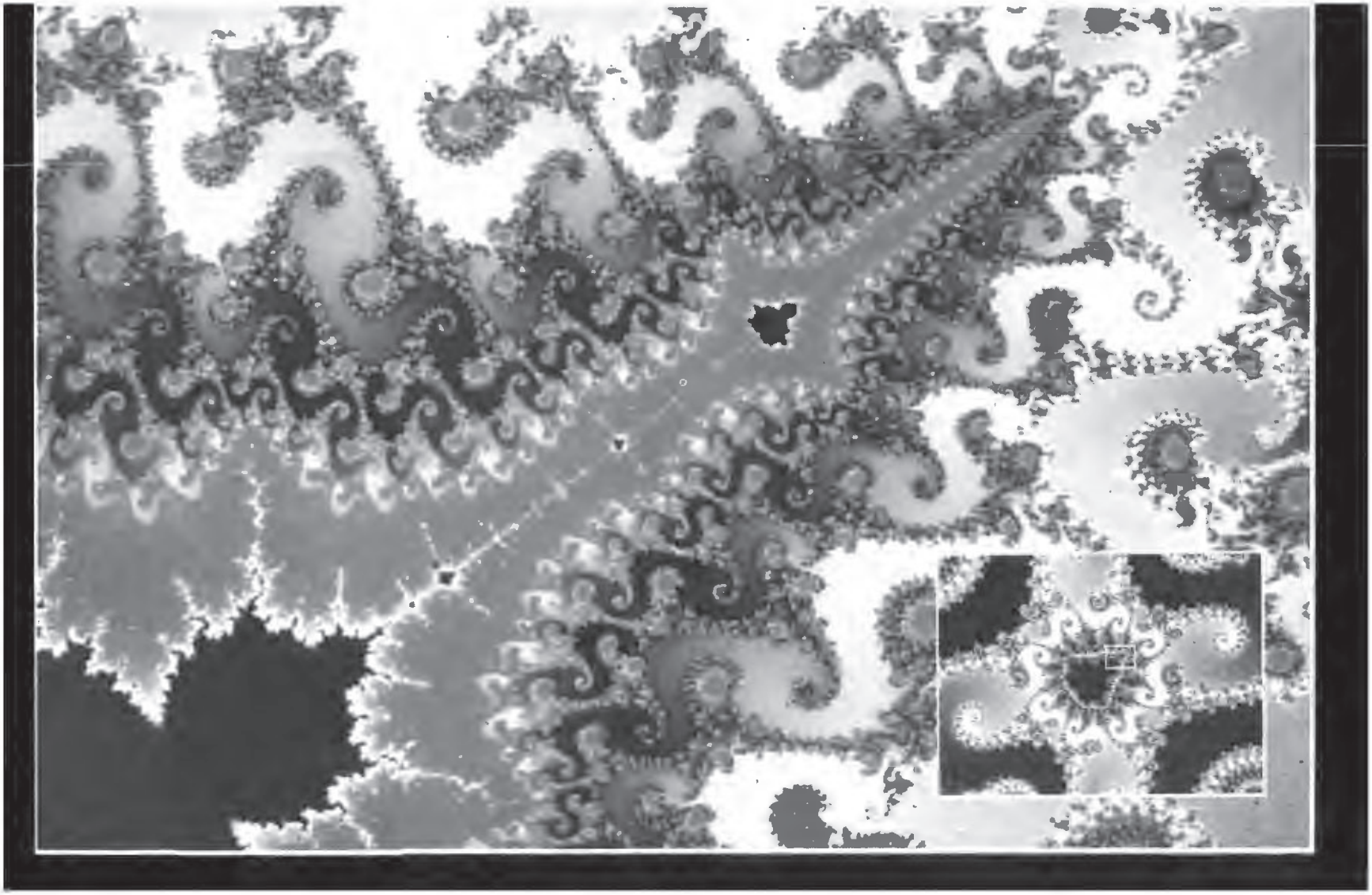


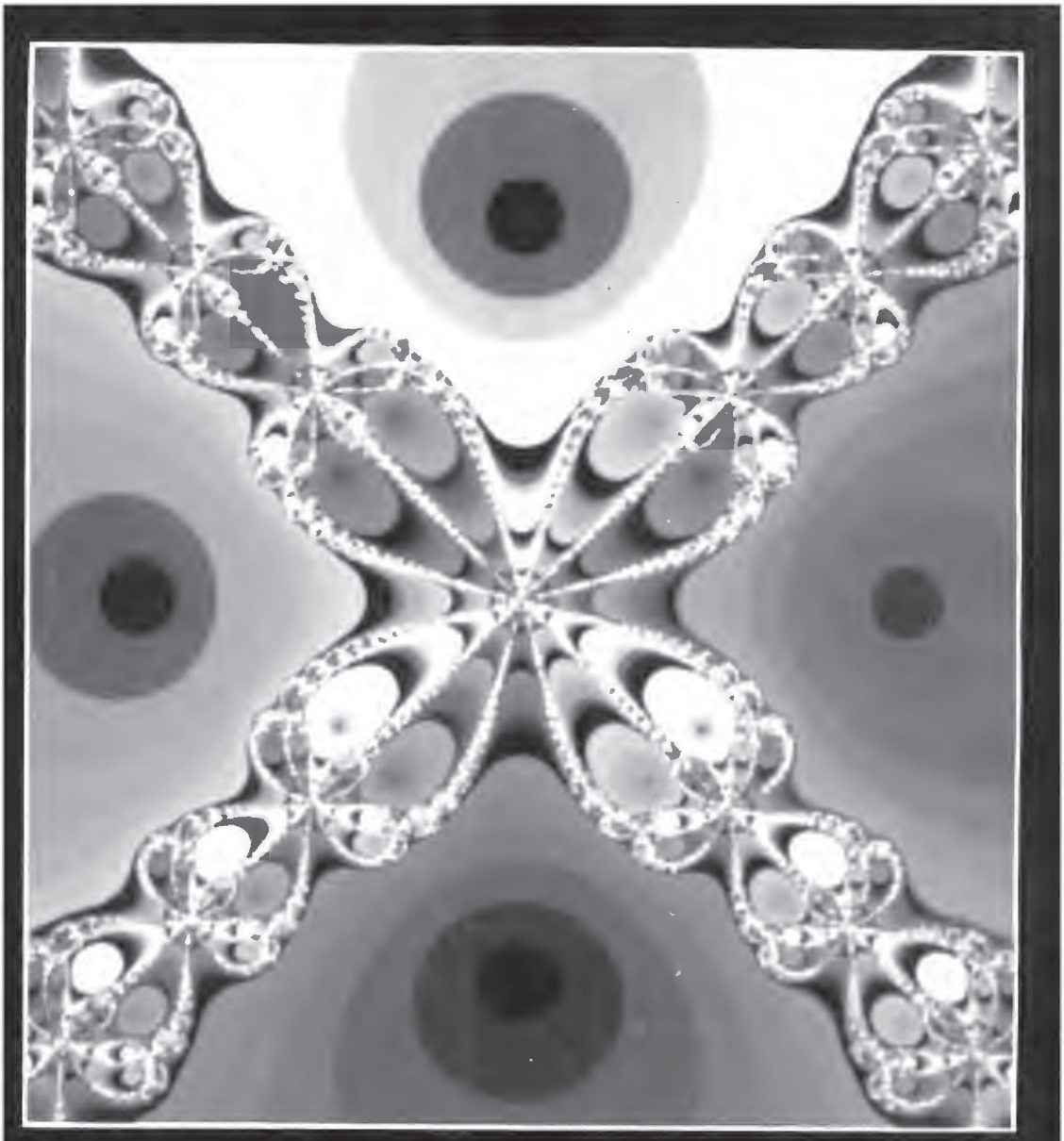


O CONJUNTO DE MANDELBROT. Uma viagem pelas escalas cada vez menores mostra a crescente complexidade do conjunto, com seus cabos de hipocampo e moléculas-ilha que se assemelham à totalidade do conjunto. Na última foto, o nível de ampliação é de cerca de um milhão em todas as direções.



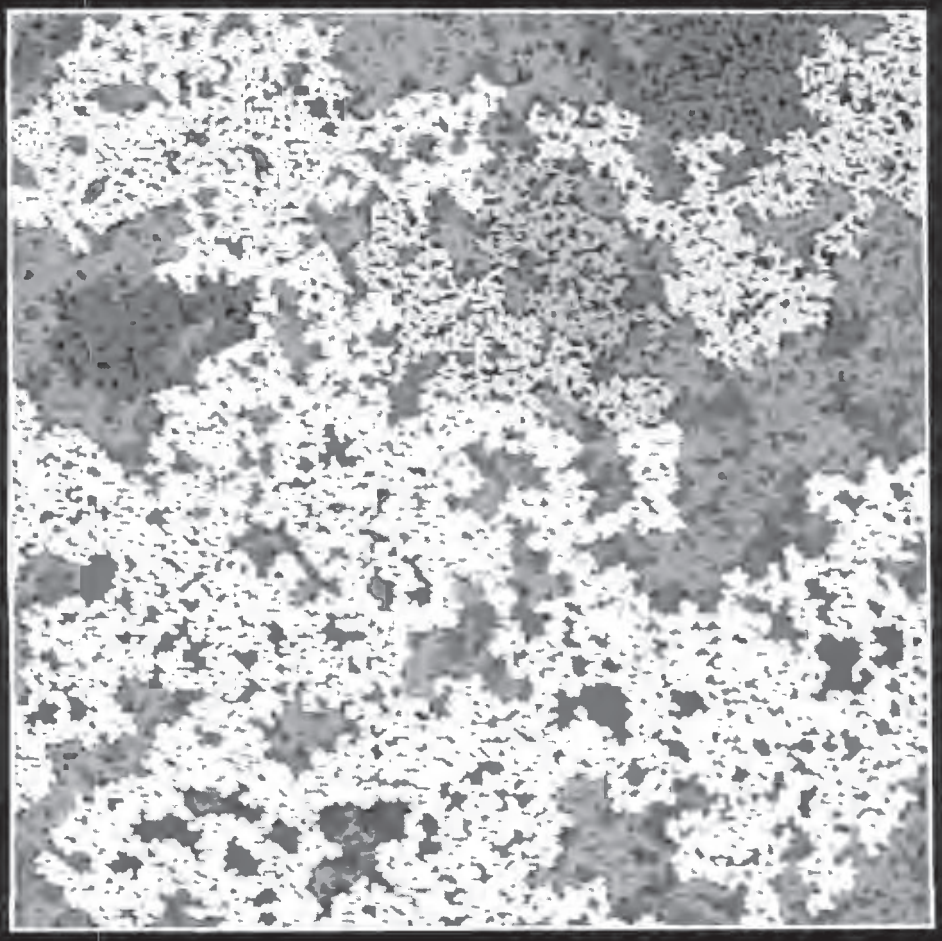






OS LIMITES COMPLEXOS DO MÉTODO DE NEWTON. A pressão atraente de quatro pontos – nos quatro buracos negros – cria "bacias de atração", cada uma de uma cor diferente, com complicado limite fractal. A imagem representa a maneira pela qual o método de Newton para resolver equações leva de diferentes pontos de partida a uma de quatro possíveis soluções (neste caso, a equação é $x^4 - 1 = 0$).

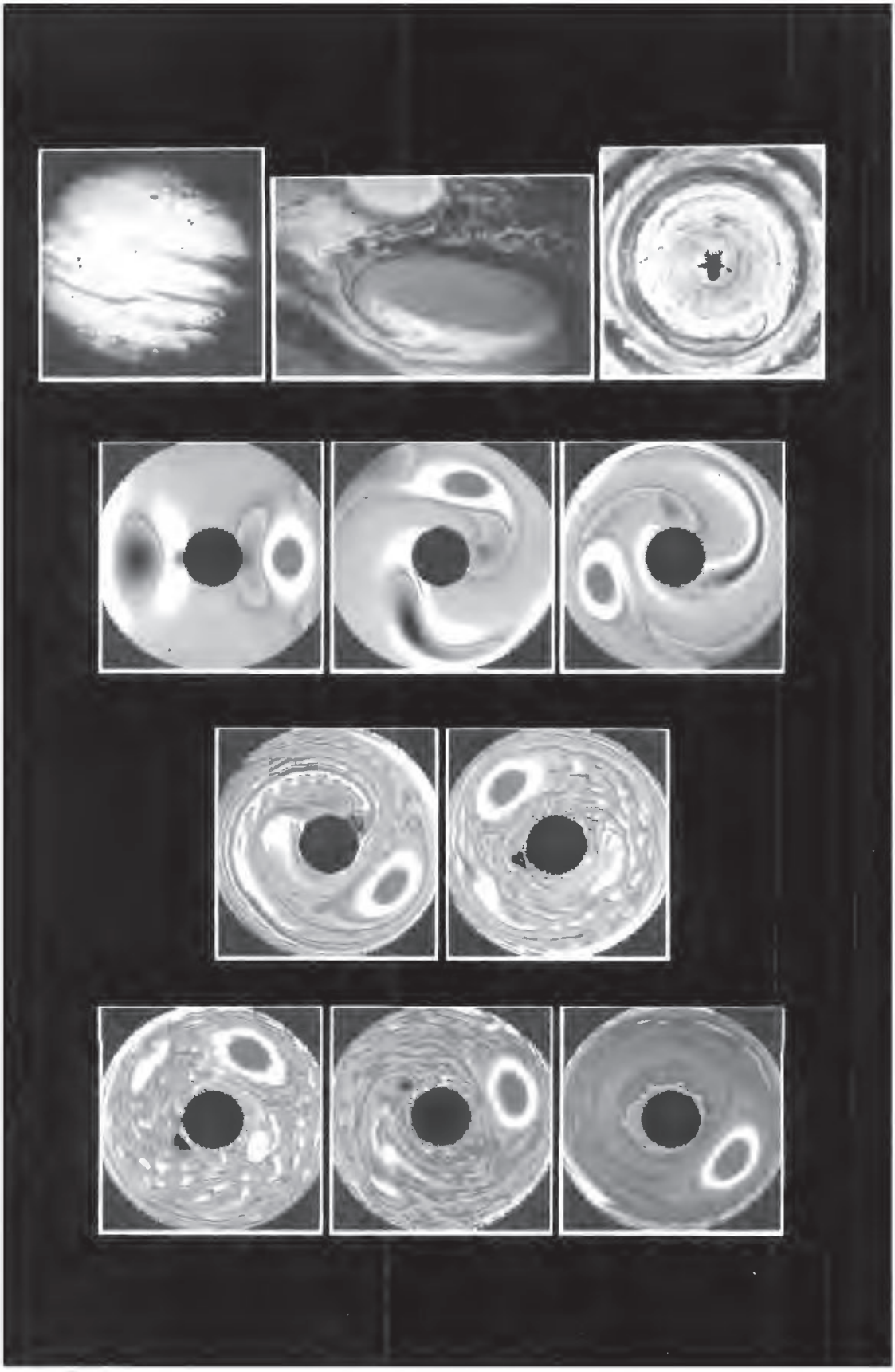
AGLOMERADOS FRACTAIS. Uma aglomeração aleatória de partículas gerada pelo computador produz uma "rede de filtragem", um dos muitos modelos visuais inspirados pela geometria fractal. Os físicos aplicados descobriram que tais modelos imitam vários processos do mundo real, como a formação de polímeiros e a difusão do óleo através da rocha fraturada. Cada cor da rede de filtragem representa um agrupamento ligado por toda ela.



(Ilustrações na página seguinte)

A GRANDE MANCHA VERMELHA: REAL E SIMULADA. O satélite *Voyager* revelou ser a superfície de Júpiter um fluido palpitante, turbulento, com faixas horizontais de fluxos leste-oeste. A Grande Mancha Vermelha é vista do alto do equador do planeta e também numa perspectiva a partir do Pólo Sul.

Gráficos computadorizados da simulação de Philip Marcus apresentam a vista do Pólo Sul. A cor mostra a direção da rotação para determinadas partes do fluido: as partes que giram contra os ponteiros do relógio são vermelhas e as que giram no sentidos dos ponteiros são azuis. Qualquer que seja a configuração inicial, pedaços de azul tendem a se separar, enquanto o vermelho tende a fundir-se numa mancha única, estável e coerente em meio ao tumulto.



em construir arranha-céus em forma de blocos, como o Edifício Seagram em Nova York, outrora muito elogiado e copiado. Para Mandelbrot e seus seguidores, a razão é clara. As formas simples são inumanas. Elas não se harmonizam com a maneira pela qual a natureza se organiza, ou com a maneira pela qual a percepção humana vê o mundo. Nas palavras de Gert Eilenberger, físico alemão que adotou a ciência não-linear depois de se especializar em supercondutividade: "Por que a silhueta de uma árvore sem folhas, batida por uma tempestade, sobre o pano de fundo de um céu de entardecer no inverno é considerada bela, mas a silhueta correspondente de um edifício universitário de múltiplos propósitos não é, apesar de todos os esforços do arquiteto? A resposta parece-me, mesmo que seja um tanto especulativa, estar nas novas maneiras de ver os sistemas dinâmicos. Nosso sentimento de beleza é inspirado pela disposição harmoniosa da ordem e da desordem, tal como ocorre nos objetos naturais — nas nuvens, nas árvores, nas cadeias de montanhas ou nos cristais de neve. As formas de todos eles são processos dinâmicos congelados em formas físicas, e combinações específicas de ordem e desordem são típicas delas."[38]

Uma forma geométrica tem uma *escala*, um tamanho característico. Para Mandelbrot, a arte que satisfaz não tem escala, no sentido de que contém elementos importantes de todos os tamanhos. Ele contrapõe ao Edifício Seagram a arquitetura do estilo Beaux-Arts, com suas esculturas e gárgulas, suas pedras angulares e jambas, suas cartelas decoradas com arabescos, suas cornijas encimadas de calhas e revestidas de dentículos. Um exemplo do estilo Beaux-Arts como a Ópera de Paris não tem escala porque tem todas as escalas. Ao ver o edifício de qualquer distância, o observador encontra detalhes que atraem os olhos. A composição muda quando ele se aproxima, e novos elementos da estrutura entram em função.

Apreciar a estrutura harmoniosa de qualquer arquitetura é uma coisa; admirar a selvageria da natureza é outra. Em termos de valores estéticos, a nova matemática da geometria fractal colocou a ciência exata em harmonia com o sentimento caracteristicamente moderno da natureza não-domesticada, não-civilizada, não-domada. Houve uma época em que as florestas pluviais, os desertos, as matas e as terras áridas e erodidas representavam tudo o que a sociedade lutava para dominar. Quando queriam satisfação estética com a vegetação, as pessoas olhavam para os jardins. Como disse John Fowles, escrevendo sobre a Inglaterra do século XVIII: "Esse período não tinha simpatias pela natureza não-regulada, ou primordial. Era a selvageria agressiva, um lembrete feio e insistente da Queda, do exílio eterno do homem do Jardim do Éden... Até mesmo suas ciências naturais (...) continuaram essencialmente hostis à na-

tureza selvagem, vendo-a apenas como alguma coisa a ser domada, classificada, utilizada, explorada."[39] No final do século XX, a cultura se modificou, e hoje a ciência se está modificando com ela.

Assim, a ciência acabou encontrando um uso para os primos obscuros e imaginosos do conjunto Cantor e da curva de Koch. A princípio essas formas poderiam ter servido de provas no processo de divórcio entre a matemática e a física, na passagem do século, o fim de um casamento que vinha sendo o tema dominante da ciência desde Nèwton. Matemáticos como Cantor e Koch deliciaram-se com a sua originalidade. Achavam-se mais inteligentes do que a natureza — quando na realidade ainda não estavam à altura da criação da natureza. A prestigiosa corrente principal da física também se afastou do mundo da experiência cotidiana. Só mais tarde, depois que Steve Smale levou a matemática de volta para os sistemas dinâmicos, pôde um físico dizer: "Devemos agradecer aos astrônomos e aos matemáticos por nos passarem, a nós físicos, o campo em muito melhor forma do que o deixamos a eles, há 70 anos".[40]

Não obstante, apesar de Smale e apesar de Mandelbrot, seriam os físicos, afinal de contas, que fariam a nova ciência do caos. Mandelbrot deu-lhes a linguagem indispensável e um catálogo de imagens surpreendentes da natureza. Como ele mesmo reconheceu, seu programa *descrevia* mais do que *explicava*. Podia arrolar os elementos da natureza juntamente com suas dimensões fractais — litorais, redes fluviais, troncos de árvores, galáxias — e os cientistas poderiam usar esses números para fazer previsões. Os físicos, porém, queriam saber mais.[41] Queriam saber por quê. Havia formas na natureza — não formas visíveis, mas formas embutidas na estrutura do movimento — que esperavam revelação.

Notas

1 - Mandelbrot, Gomory, Voss, Barnsley, Richter, Mumford, Hubbard, Shlesinger. A Bíblia de Benoit Mandelbrot é *The Fractal Geometry of Nature* (Nova York, Freeman, 1977). Uma entrevista com Anthony Barcellos foi publicada em *Mathematical People*, Donald J. Albers e G.L. Alexanderson, orgs. (Boston, Birkhäuser, 1985). Dois ensaios de Mandelbrot menos conhecidos e extremamente interessantes são "On Fractal Geometry and a Few of the Mathematical Questions It Has Raised", *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, 16-14 de agosto de 1983, Varsóvia, pp. 1661-75; e "Towards a Second Stage of Indeterminism in Science", pré-publicação, IBM Thomas J. Watson Research Center, Yorktown Heights, Nova York. Resenhas sobre as aplicações das fractais tornaram-se demasiado freqüentes para serem relacio-

nadas, mas dois exemplos úteis são Leonard M. Sander, "Fractal Growth Processes", *Nature*, 322 (1986), pp. 789-93; Richard Voss, "Random Fractal Forgeries: From Mountais to Music", em *Science and Uncertainty*, Sara Nash, org. (Londres, IBM United Kingdom, 1985).

2 - Houthakker, Mandelbrot.

3 - Citado em *Fractal Geometry*, p. 423.

4 - Woods Hole Oceanographic Institute, agosto de 1985.

5 - Mandelbrot.

6 - Mandelbrot, Richter. Pouco se escreveu sobre Bourbaki, mesmo hoje; uma introdução jocosa é Paul R. Halmos, "Nicholas Bourbaki", *Scientific American*, 196 (1957), pp. 88-89.

7 - Smale.

8 - Peitgen.

9 - "Second Stage", p. 5.

10 - Mandelbrot; *Fractal Geometry*, p. 74; J.M. Berger e Benoit Mandelbrot, "A New Model for the Clustering of Errors on Telephone Circuits", *IBM Journal of Research and Development*, 7 (1963), pp. 224-36.

11 - *Fractal Geometry*, p. 248.

12 - *Ibid.*, p. 1, por exemplo.

13 - *Ibid.*, p. 27.

14 - *Ibid.*, p. 17.

15 - *Ibid.*, p. 18.

16 - Mandelbrot.

17 - *Fractal Geometry*, p. 131, e "On Fractal Geometry", p. 1663.

18 - F. Hausdorff e A.S. Besicovich.

19 - Mandelbrot.

20 - Scholz; C.H. Scholz e C.A. Aviles, "The Fractal Geometry of Faults and Faulting", pré-publicação, Lamont-Doherty Geophysical Observatory; C.H. Scholz, "Scaling Laws for Large Earthquakes", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72 (1982), pp. 1-14.

21 - *Fractal Geometry*, p. 24.

22 - Scholz.

23 - Scholz.

24 - William Bloom e Don W. Fawcett, *A Textbook of Histology* (Filadélfia, W.B. Saunders, 1975).

25 - Uma resenha dessas idéias encontra-se em Ary L. Goldberger, "Nonlinear Dynamics, Fractals, Cardiac Physiology and Sudden Death", em *Temporal Disorder in Human Oscillatory Systems*, L. Rensing, U. An der Heiden, M. Mackey, orgs. (Nova York, Springer-Verlag, 1987).

26 - Goldberger, West.

27 - Ary L. Goldberger, Valmik Bhargava, Bruce J. West e Arnold J. Mandell, "On a Mechanism of Cardiac Electrical Stability: The Fractal Hypothesis", *Biophysics Journal*, 48 (1985), p. 525.

28 - Barnaby J. Feder, "The Army May Have Matched the Goose", *The New York Times*, 30 de novembro de 1986, 4:16.

29 - Mandelbrot.

30 - I. Bernard Cohen, *Revolution in Science* (Cambridge, Mass., Belknap, 1985), p. 46.

31 - Mumford.

32 - Richter.

33 - Assim como Mandelbrot pôde mais tarde evitar o crédito dado rotineiramente a Mitchell Feigenbaum em referências aos *números de Feigenbaum* e à *universidade de Feigenbaum*. Em lugar disso, Mandelbrot referia-se habitualmente a P.J. Myrberg, matemático que estudou as iterações dos mapeamentos quadráticos em princípios da década de 60, obscuramente

34 - Richter.

35 - Mandelbrot.

36 - Klafter.

37 - Relatado por Huberman.

38 - "Freedom Science, and Aesthetics", em *Schönheit im Chaos*, p. 35.

39 - John Fowles, *A Maggot* (Boston, Little, Brown, 1985), p. 11.

40 - Robert H.G. Helleman, "Self-Generated Behavior in Nonlinear Mechanics", em *Fundamental Problems in Statistical Mechanics*, 5, E. G.D. Cohen, org. (Amsterdã, North-Holland, 1980), p. 165.

41 - Leo Kadanoff, por exemplo, perguntou: "Where is the physics of fractal?", em *Physics Today*, fevereiro de 1986, p. 6, e em seguida respondeu com uma nova abordagem "multifractal" em *Physics Today*, abril de 1986, p. 17, provocando uma resposta tipicamente aborrecida em Mandelbrot, *Phisics Today*, setembro de 1986, p. 11. A teoria de Kadanoff, escreveu ele, "enche-me de um orgulho de pai — que em breve será avô?"

C • A • O • S

Atratores Estranhos

Grandes espirais têm pequenas espirais
Que se alimentam da velocidade delas,
E pequenas espirais têm espirais menores,
E assim por diante até a viscosidade.

— LEWIS P. RICHARDSON

A turbulência era um problema com *pedigree*. Todos os grandes físicos refletiram sobre ela, formal ou informalmente.[1] Um fluxo tranqüilo transforma-se em espirais e redemoinhos. Configurações tumultuosas rompem o limite entre o fluido e o sólido. A energia escoa rapidamente dos movimentos em grande escala para os de pequena escala. Por quê? As melhores idéias vieram dos matemáticos; para a maioria dos físicos, a turbulência era demasiado perigosa para perderem tempo com ela. Parecia quase impossível conhecê-la. Há uma anedota segundo a qual o teórico do *quantum* Werner Heisenberg, em seu leito de morte, teria dito que faria duas perguntas a Deus: por que a relatividade, e por que a turbulência? E teria concluído: "Eu realmente acho que Ele deve ter uma resposta para a primeira pergunta."[2]

A física teórica tinha chegado a uma espécie de distanciamento do fenômeno da turbulência. Com efeito, a ciência tinha traçado uma linha no chão e dito: além dessa linha não podemos ir. Do lado mais próximo da linha, onde os fluidos se comportam de maneira ordenada, havia muita coisa com que trabalhar. Felizmente, o fluido de curso suave não se comporta como seria de esperar de seu número quase infinito de moléculas independentes, cada qual capaz de movimento independente. Em lugar disso, as partes do flui-

do que começam perto tendem a ficar perto, como cavalos atrelados. Os engenheiros têm técnicas funcionais para calcular o fluxo, desde que permaneça calmo. Usam um corpo de conhecimentos que datam do século XIX, quando o entendimento dos movimentos dos líquidos e gases era um dos principais problemas da física.

Na era moderna, porém, isso já não constituía um dos problemas principais. Para os teóricos, a dinâmica dos fluidos parecia não possuir mistério algum, a não ser o que era inacessível até mesmo no céu. O lado prático era tão bem compreendido que podia ficar a cargo dos técnicos. A dinâmica dos fluidos deixou de ser realmente parte da física, como diziam os físicos. Era simples engenharia. Os brilhantes físicos jovens tinham coisas melhores a fazer. Os especialistas em dinâmica dos fluidos eram encontrados, em geral, nos departamentos de engenharia das universidades. O interesse prático pela turbulência esteve sempre em primeiro plano, e o interesse prático é geralmente unilateral: fazer desaparecer a turbulência. Em algumas aplicações, ela é desejável — num motor a jato, por exemplo, onde a combustão eficiente depende da mistura rápida. Na maioria dos casos, porém, a turbulência significa desastre. Circulação turbulenta do ar sobre uma asa destrói a força de sustentação. O fluxo turbulento num oleoduto cria uma resistência ao avanço. Enormes somas de dinheiro do governo e das grandes empresas são investidas nos projetos de aviões, motores a turbina, hélices, cascos de submarinos e outras formas que se movimentam em meio aos fluidos. Os pesquisadores têm de se preocupar com o fluxo nos vasos sanguíneos e nas válvulas do coração. Interessam-se pela forma e evolução das explosões. Preocupam-se com vórtices e redemoinhos, chamas e ondas de choque. Em teoria, o projeto da bomba atômica da Segunda Guerra Mundial foi um problema de física nuclear. Na realidade, a física nuclear tinha sido em grande parte resolvida quando o projeto começou e a questão que ocupava os cientistas reunidos em Los Alamos era um problema de dinâmica dos fluidos.

O que é a turbulência, então? É uma porção de desordens em todas as escalas, pequenos redemoinhos dentro de redemoinhos grandes. É instável. É muito dispersiva, significando isso que a turbulência retira energia e cria o arrastamento. É o movimento que se torna aleatório. Mas *como* o fluxo passa de suave para turbulento? Vamos supor que temos um cano perfeitamente liso, com uma fonte perfeitamente constante de água, perfeitamente protegida de vibrações — como pode esse fluxo criar alguma coisa aleatória?

Todas as regras parecem desabar. Quando o escoamento é suave, ou laminar, as pequenas turbulências desaparecem. Passada, porém, a fase inicial, as perturbações crescem de maneira catastrófi-

ca. Esse início — essa transição — tornou-se um mistério crítico na ciência. O canal sob uma rocha num rio torna-se um vórtice rodopiante que cresce, se separa e vai girando corrente abaixo. Uma pluma de fumaça de cigarro eleva-se do cinzeiro, suavemente, acelerando-se até passar a velocidade crítica e transformar-se em redemoinhos desenfreados. O início da turbulência pode ser visto e medido em experiências de laboratório; pode ser testado para qualquer asa ou hélice novas pelo trabalho experimental num túnel aerodinâmico — sua natureza, porém, permanece indefinível. Tradicionalmente, o conhecimento obtido tem sido especial, e não universal. A pesquisa pela tentativa e erro na asa de um Boeing 707 em nada contribui para a pesquisa pela tentativa e erro sobre a asa de um caça F-16. Até mesmo os supercomputadores são quase que impotentes frente ao movimento irregular dos fluidos.

Alguma coisa agita um fluido, ativando-o. O fluido é viscoso — pegajoso, de modo que a energia sai dele, e se pararmos de sacudir, ele volta naturalmente ao repouso. Quando o sacudimos, acrescentamos energias de baixa freqüência, ou grandes comprimentos de onda, e a primeira coisa a ser observada é que os grandes comprimentos de onda se decompõem em pequenos comprimentos. Formam-se redemoinhos, e dentro deles outros menores, cada qual dissipando a energia do fluido e produzindo um ritmo característico. Na década de 30 A.N. Kolmogorov fez uma descrição matemática que dava certa idéia de como funcionam esses redemoinhos. Ele imaginou toda a cascata de energia descendo por escalas cada vez menores, até finalmente atingir um limite, onde os redemoinhos se tornam tão pequenos que predominam os efeitos relativamente maiores da viscosidade.

Para fazer uma descrição clara, Kolmogorov imaginou que esses redemoinhos enchiam todo o espaço do fluido, tornando-o igual por toda parte. Essa suposição,[3] a suposição da homogeneidade, não é exata, e até mesmo Poincaré sabia disso 40 anos antes, tendo visto, na superfície agitada de um rio, que os redemoinhos sempre se misturam com regiões de fluxo suave. A vorticidade é localizada. A energia na realidade só se dissipa em parte do espaço. Em cada escala, ao examinarmos mais detalhadamente um redemoinho turbulento, novas regiões de calma podem ser vistas. Assim, a suposição de homogeneidade dá lugar à suposição de intermitência. A imagem intermitente, quando um pouco idealizada, parece altamente fractal, com mistura de regiões de agitação e suavidade, em escalas que vão das grandes para as pequenas. Também esse quadro está um tanto aquém da realidade.

Intimamente relacionada com esse problema, mas bem distinta, era a questão do que acontece quando a turbulência começa. Co-

mo um fluido atravessa o limite do suave para o turbulento? Antes que a turbulência se desenvolva totalmente, que fases intermediárias podem existir? Havia uma teoria um pouco melhor para tais questões. Esse paradigma ortodoxo vinha de Lev D. Landau, o grande cientista russo cujo texto sobre dinâmica dos fluidos continua sendo um clássico.[4] O quadro de Landau é um amontoado de ritmos que competem. Quando mais energia entra num sistema, conjeturou ele, novas freqüências começam, uma de cada vez, cada qual incompatível com a última, como se uma corda de violino respondesse a um golpe mais enérgico do arco vibrando com um segundo tom, dissonante, depois um terceiro, e um quarto, até que o som se tornasse uma cacofonia incompreensível.

Qualquer líquido ou gás é um conjunto de partículas, tantas que podem ser infinitas. Se cada uma se movimentasse de forma independente, então o fluido teria possibilidades infinitas, "graus de liberdade" infinitos, no jargão especializado, e as equações que descrevem o movimento teriam de tratar de variáveis infinitas. As partículas, porém, não se movem de forma independente — seu movimento depende muito do movimento das partículas vizinhas — e num fluxo suave, razão pela qual os graus de liberdade podem ser poucos. Movimentos potencialmente complexos continuam conjugados. Partículas próximas permanecem próximas ou se afastam de uma maneira suave, linear, que produz linhas claras em fotos de túnel aerodinâmico. As partículas numa coluna de fumaça de cigarro sobem como se fossem uma, durante algum tempo.

Mas surge então a confusão, uma combinação de misteriosos movimentos desordenados. Por vezes esses movimentos recebem nomes: oscilatório, varicose oblíqua,[5] rolo-cruzado, nó, ziguezague. Na opinião de Landau, esses movimentos instáveis e novos apenas se acumularam, um sobre o outro, criando ritmos com velocidades e tamanhos coincidentes. Conceitualmente, essa idéia ortodoxa da turbulência parecia harmonizar-se com os fatos, e se a teoria era matematicamente inútil — como era —, bem, que o fosse. O paradigma de Landau era uma maneira de manter a dignidade ao mesmo tempo que se levantavam as mãos.

A água corre por um cano, ou em volta de um cilindro, fazendo um silvo leve e suave. Aumentemos, mentalmente, a pressão. Um ritmo de vai-e-vem começa. Como uma onda, ela bate lentamente contra o cano. Giremos novamente a torneira. Vinda de alguma parte, uma segunda freqüência entra em cena, fora de sincronização com a primeira. Os ritmos se sobrepõem, competem, chocam-se. Já começam a criar um movimento complicado, as ondas batendo contra as paredes, interferindo umas nas outras, a tal ponto que quase não podemos acompanhá-las. Vamos dar mais uma volta na tornei-

ra. Uma terceira freqüência começa, depois uma quarta, uma quinta, uma sexta, todas incomensuráveis. O fluxo tornou-se extremamente complicado. Talvez isso seja turbulência. Os físicos aceitam esse quadro, mas ninguém tinha qualquer idéia de como prever quando um aumento de energia criaria uma nova freqüência, ou qual seria a nova freqüência. Ninguém tinha visto essas freqüências que chegam tão misteriosamente, numa experiência, porque na verdade ninguém jamais testou a teoria de Landau sobre o início da turbulência.

Os teóricos fazem experimentos com seus cérebros. Os experimentadores têm de usar as mãos, também. Os teóricos são pensadores, os experimentadores são artesãos. O teórico não precisa de cúmplices. O experimentador tem de reunir estudantes de pós-graduação, adular maquinistas, lisonjear assistentes de laboratório. O teórico opera num lugar puro, livre de ruído, vibração, sujeira. O experimentador desenvolve uma intimidade com a matéria, tal como o escultor com a argila, lutando com ela, dando-lhe forma, empenhando-se. O teórico inventa suas companheiras, como um Romeu ingênuo imaginava a sua Julieta ideal. As amantes do experimentador suam, reclamam e soltam gases.

Eles precisam um do outro, mas teóricos e experimentadores permitiram que certas desigualdades entrassem nas suas relações, desde os tempos antigos, quando todo cientista era as duas coisas ao mesmo tempo. Embora os melhores experimentadores ainda guardem em si um pouco do teórico, a recíproca não é verdadeira. Em última análise, o prestígio vai em grande parte para o teórico. Na física da alta energia, em especial, a glória cabe aos teóricos, enquanto os experimentadores tornaram-se técnicos altamente especializados, manejando equipamento caro e complicado. Nas décadas decorridas desde a Segunda Guerra Mundial, à medida que a física passou a ser definida pelo estudo das partículas fundamentais, os experimentos que tiveram maior divulgação foram os realizados com os aceleradores de partículas. Spin, simetria, cor, sabor — eram essas as abstrações fascinantes. Para a maioria dos leigos que acompanham a ciência, e para um número razoável de cientistas, o estudo das partículas atômicas *era* a física. Mas estudar partículas menores, ou escalas temporais menores, significava maiores níveis de energia. Dessa forma, a maquinária necessária aos bons experimentos aumentou com o passar dos anos, e a natureza da experimentação transformou-se, para sempre, na física das partículas. O campo estava lotado, e o grande experimento estimulava a formação de equipes. Os trabalhos sobre a física das partículas destacavam-se com freqüência na *Physical Review Letters*: em ge-

ral, uma relação de autores podia ocupar quase um quarto do tamanho do artigo.

Alguns experimentadores, porém, preferiram trabalhar sozinhos, ou em duplas. Trabalhavam com substâncias mais à mão. Embora campos como a hidrodinâmica tivessem perdido *status*, a física do estado sólido crescera em prestígio, aumentando o seu território o bastante para exigir um nome mais abrangente, "física da matéria condensada": a física dos sólidos e líquidos. Na física da matéria condensada, a maquinária era mais simples. A distância entre o teórico e o experimentador era menor. Os teóricos exibiam um pouco menos de esnobismo, e os experimentadores uma atitude um pouco menos defensiva.

Mesmo assim, as perspectivas eram diferentes. Era normal um teórico interromper a conferência de um experimentador para perguntar: Um número maior de dados não seria mais convincente? Aquele gráfico não está um pouco confuso? Aqueles números não deveriam estender-se, para cima e para baixo, por mais algumas ordens de grandeza?

E, em troca, era normal Harry Swinney esticar-se bem em seus quase 1,70m de altura e dizer: "Correto", com uma mistura de seu encanto inato da Louisiana e sua frascibilidade nova-iorquina adquirida. "Correto, se tivermos um número infinito de dados livres de ruído."[6] E voltando para o quadro-negro, liquidar a pergunta com as seguintes palavras: "Na realidade, é claro, temos um número limitado de dados cheios de ruído."

Swinney estava fazendo experimentos com estruturas não-cristalinas. Para ele, o ponto crucial tinha ocorrido quando era aluno do curso de pós-graduação da Johns Hopkins. O entusiasmo pela física das partículas era perceptível. O inspirador Murray Gell-Mann foi fazer uma palestra, certa vez, e Swinney ficou encantado. Mas quando investigou o que os alunos de pós-graduação estavam fazendo, descobriu que escreviam, todos, programas de computador ou soldavam câmaras de ignição. Foi então que conversou com um físico mais velho, que estava começando a trabalhar em transições de fase — passagens do sólido para o líquido, do não-imã para o imã, do condutor para o supercondutor. Em pouco tempo, Swinney tinha uma sala vazia — não muito maior do que um armário, mas só sua. Tinha um catálogo de equipamentos, e começou a fazer encomendas. Dentro em pouco tinha uma mesa, um *laser*, equipamento de refrigeração e algumas pontas de prova. Projetou um aparelho para medir a eficiência com que o dióxido de carbono conduzia o calor em volta do ponto crítico em que ele se transformava de vapor em líquido. A maioria das pessoas achava que a condutividade térmica se modificaria ligeiramente. Swinney verificou que

se modificava por um fator de 1.000. Isto era emocionante — sozinho numa salinha, descobrir alguma coisa que ninguém mais sabia. Viu a luz sobrenatural que brilha de um vapor, qualquer vapor, próximo do ponto crítico, a luz chamada "opalescência" em virtude da suave dispersão dos raios que lhe dá o brilho branco de opala.

Como grande parte do próprio caos, as transições de fase envolvem uma espécie de comportamento macroscópico que parece difícil de prever pelo exame dos detalhes microscópicos. Quando um sólido é aquecido, suas moléculas vibram com o acréscimo de energia. Pressionam para fora, contra suas ligações, e forçam a substância a expandir-se. Quanto mais calor, mais expansão. Não obstante, a uma certa temperatura e pressão, a transformação torna-se súbita e descontínua. Uma corda que se estava esticando se rompe. A forma cristalina se dissolve, e as moléculas se afastam umas das outras. Obedecem a leis dos fluidos que não poderiam ter sido deduzidas de nenhum aspecto do sólido. A energia atômica média quase não mudou, mas o material — ora um líquido, ora um imã, ou um supercondutor — entrou num novo reino.

Günter Ahlers, da AT&T Bell Laboratories em Nova Jersey, examinou a chamada transição superfluida em hélio líquido, na qual, à medida que a temperatura baixa, o material se torna uma espécie de líquido de fluxo mágico, sem nenhuma viscosidade ou atrito perceptível. Outros tinham estudado a supercondutividade. Swinney estudou o ponto crítico no qual a matéria se modifica entre líquido e vapor. Swinney, Ahlers, Pierre Bergé, Jerry Gollub, Marzio Giglio — em meados da década de 70 esses experimentadores, e outros nos Estados Unidos, na França e na Itália, todos da jovem tradição da exploração das transições de fase, procuravam novos problemas. Com a mesma intimidade com que o carteiro aprende os acidentes de sua área, eles aprenderam as indicações singulares das substâncias que mudavam de estado fundamental. Tinham estudado a borda sobre a qual pendia a matéria.

A marcha da pesquisa da transição de fase tinha seguido os degraus da analogia: uma transição de fase de um não-imã para um imã mostrou-se igual a uma transição de fase de líquido para vapor. A transição de fase de fluido para superfluido mostrou-se igual à transição de fase de condutor para supercondutor. A matemática de um experimento aplicava-se a muitos outros. Na década de 70 o problema tinha, em grande parte, sido resolvido. Uma questão, porém, era até que ponto se poderia levar a teoria. Que outras modificações no mundo, quando examinadas de perto, seriam transições de fase?

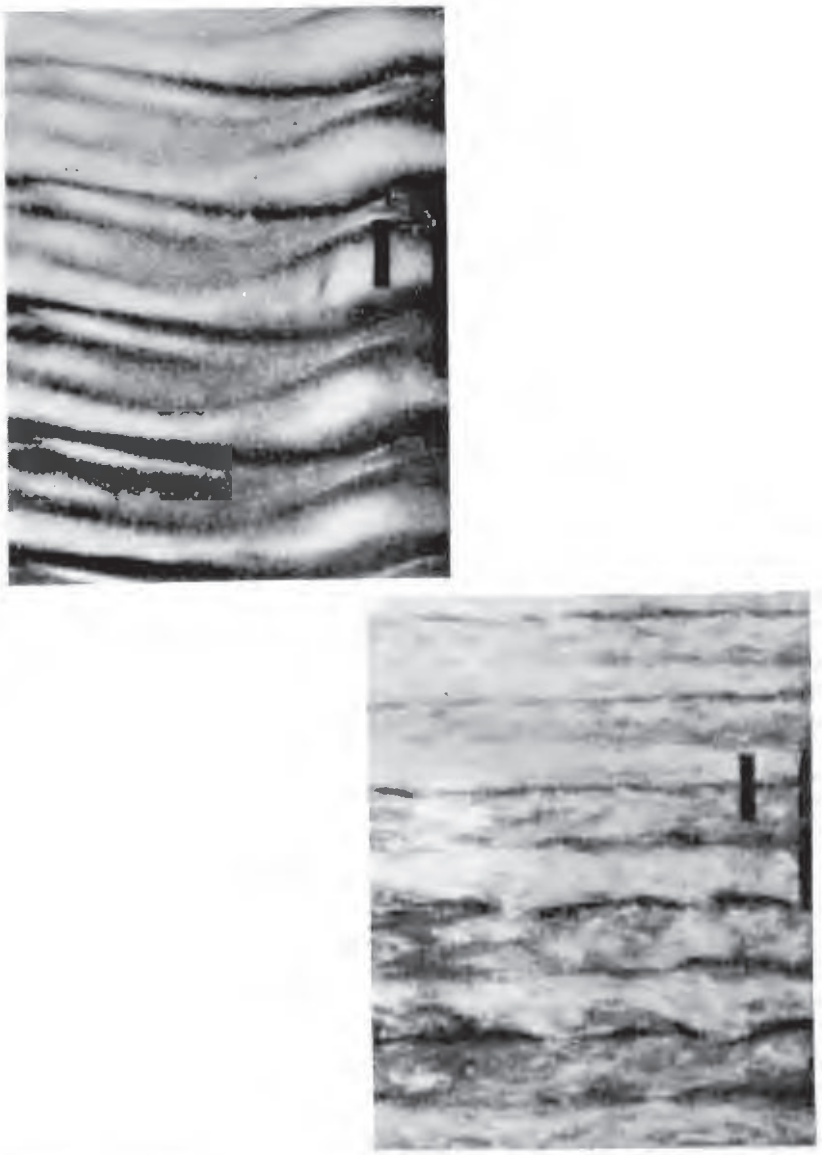
Não era uma idéia muito original, nem muito óbvia a de aplicar as técnicas de transição de fase ao fluxo dos fluidos. Não era muito original, porque os grandes pioneiros da hidrodinâmica, Reynolds

e Rayleigh, e seus seguidores de princípios do século XX, já tinham notado que um experimento em fluido cuidadosamente controlado produz uma mudança na qualidade do movimento — em termos matemáticos, uma bifurcação. Numa célula de fluido, por exemplo, líquido aquecido do fundo passa subitamente da imobilidade para o movimento. Os físicos foram tentados a supor que o caráter físico dessa bifurcação se assemelhava às mudanças numa substância, que se inseria na classificação de transições de fase.

Não era o tipo de experimento mais óbvio porque, ao contrário das transições de fase reais, essas bifurcações de fluidos não acarretavam nenhuma mudança na própria substância. Em lugar disso, acrescentavam um novo elemento: movimento. Um líquido parado torna-se um líquido em movimento. Por que a matemática dessa mudança corresponde à matemática de uma condensação de vapor?

Em 1973 Swinney estava lecionando no City College de Nova York.[7] Jerry Gollub, um sério e jovem aluno de pós-graduação de Harvard, lecionava em Haverford. Haverford, um instituto de ciências humanas algo bucólico perto da Filadélfia, parecia um lugar pouco ideal para um físico. Não tinha estudantes de pós-graduação para ajudar no trabalho de laboratório e ocupar a metade inferior da importante relação entre mentor e protegido. Gollub, porém, gostava de lecionar para estudantes de graduação e começou a transformar o departamento de física da universidade num centro bem conhecido pela qualidade de seu trabalho experimental. Naquele ano, tirou um semestre de licença e foi para Nova York, colaborar com Swinney.

Tendo em mente a analogia entre as transições de fase e as instabilidades dos fluidos, os dois resolveram examinar um sistema clássico de líquidos confinados entre dois cilindros verticais. Um cilindro girava dentro do outro, movimentando o líquido à sua volta. O sistema fechava o fluxo entre superfícies. Assim, restringia o possível movimento do líquido no espaço, ao contrário dos jatos e dos abalos em águas abertas. Os cilindros rotativos produziram o que era conhecido como fluxo de Couette-Taylor. Tipicamente, o cilindro interno gira dentro de uma concha estacionária, por uma questão de comodidade. Quando a rotação começa e adquire velocidade, ocorre a primeira instabilidade: o líquido forma um desenho elegante que se parece com uma pilha de câmaras de ar numa oficina mecânica. Faixas em forma de rosca surgem em volta do cilindro, empilhadas umas sobre as outras. Uma mancha no fluido gira não só de leste para oeste, mas também para cima, para baixo e para fora, em volta das roscas. Isso já tinha sido efetuado. G.I. Taylor o tinha visto e medido em 1923.



FLUXO ENTRE CILINDROS ROTATIVOS. O fluxo da água mostrado entre dois cilindros deu a Harry Swinney e Jerry Gollub uma maneira de ver o início da turbulência. Quando a taxa de rotação aumenta, a estrutura torna-se mais complexa. Primeiro, a água forma um padrão característico do fluxo semelhante a roscas amontoadas. Depois as roscas começam a enrugar-se. Os físicos usaram um *laser* para medir a mudança da velocidade da água ao aparecer toda nova instabilidade.

Para estudar o fluxo de Couette, Swinney e Gollub construíram um mecanismo que podia ser colocado sobre uma mesa, um

cilindro de vidro externo do tamanho de uma lata de bolas de tênis, com cerca de 30 centímetros de altura e cinco centímetros de largura. Um cilindro interno de aço encaixava-se perfeitamente lá dentro, deixando apenas um oitavo de polegada para a água. "Era uma aparelhagem rudimentar", disse Freeman Dyson, um dos inesperados e ilustres observadores que ali foram nos meses seguintes. "Tínhamos aqueles dois cavalheiros num acanhado e simples laboratório, essencialmente sem dinheiro, fazendo um experimento de grande beleza. Foi o início de um bom trabalho substantivo sobre a turbulência."[8]

Os dois tinham em mente uma tarefa científica legítima que lhes teria proporcionado um certo reconhecimento pelo seu trabalho e, em seguida, o esquecimento. Swinney e Gollub pretendiam confirmar a idéia de Landau sobre o início da turbulência. Os experimentadores não tinham razões para duvidar dela. Sabiam que os especialistas em dinâmica dos fluidos acreditavam no quadro de Landau. Como físicos, gostavam dele porque se enquadrava no quadro geral das transições de fase, e o próprio Landau tinha proporcionado a mais funcional das estruturas antigas para o estudo das transições de fase, baseada na sua percepção de que esses fenômenos podiam obedecer a leis universais, com regularidades que superavam as diferenças em substâncias específicas. Quando estudou o ponto crítico líquido-vapor no dióxido de carbono, Harry Swinney o fez com a convicção de Landau de que suas descobertas se aplicariam ao ponto crítico líquido-vapor em xenônio — e, realmente, aplicavam-se. Por que não seria a turbulência uma constante acumulação de ritmos conflitantes num fluido em movimento?

Swinney e Gollub prepararam-se para combater a confusão dos fluidos em movimento com um arsenal de claras técnicas experimentais, construído no decorrer de anos de estudo das transições de fase, nas mais delicadas circunstâncias. Tinham estilos de laboratório e equipamento de medir que um especialista em dinâmica dos fluidos jamais teria imaginado. Para investigar as correntes de convecção, usavam luz de *laser*. Um feixe brilhando através da água produzia uma deflexão, ou dispersão, que podia ser medida com uma técnica chamada interferometria a *laser* Doppler. E os dados podiam ser armazenados e processados pelo computador — aparelho que em 1975 raramente era visto numa mesa de laboratório de experimentos.

Landau tinha dito que novas freqüências surgiriam, uma de cada vez, à medida que o fluxo aumentasse. "Lemos isso" lembrou Swinney, "e dissemos: muito bem, examinaremos as transições em que essas freqüências aparecem. Examinamos, e certamente houve uma transição muito bem definida. Avançamos e recuamos a tran-

sição, aumentando e diminuindo a velocidade de rotação do cilindro. Estava muito bem definida."[9]

Quando começaram a relatar os resultados,[10] Swinney e Gollub enfrentaram um limite sociológico da ciência, entre o domínio da física e o domínio da dinâmica dos fluidos. O limite tinha certas características nítidas. Em especial, determinava que burocracia, dentro da Fundação Nacional da Ciência, controlava seu financiamento. Na década, de 80 um experimento Couette-Taylor era novamente física, mas em 1973 era apenas a dinâmica dos fluidos, e para pessoas acostumadas à dinâmica dos fluidos, os primeiros números vindos desse pequeno laboratório de City College eram suspeitosamente limpos. Os especialistas no campo não acreditavam neles, simplesmente. Não estavam acostumados a experimentos no estilo preciso da física de transição de fase. Além disso, na perspectiva da dinâmica dos fluidos, a razão teórica desse experimento era difícil de ver. Na vez seguinte em que Swinney e Gollub tentaram conseguir dinheiro da Fundação Nacional da Ciência, não foram atendidos em seu pedido. Alguns dos responsáveis pelas verbas da fundação não acreditavam nos seus resultados, e alguns disseram que não havia neles nada de novo.

Mas o experimento não parou. "Havia a transição, muito bem definida", disse Swinney. "Isso era grande. Então prosseguimos, a procurar a seguinte."[11]

E então a esperada seqüência de Landau foi interrompida. O experimento deixou de confirmar a teoria.[12] Na transição seguinte o fluxo pulou para um estado confuso, sem ciclos distinguíveis. Nenhuma freqüência nova, nenhuma intensificação gradual da complexidade. "O que verificamos foi que a coisa se tornou caótica." Poucos meses depois, um belga magro, muito encantador, apareceu à porta de seu laboratório.

David Ruelle costumava dizer[13] que há dois tipos de físicos, os que cresceram desmontando rádios — numa época anterior ao estado sólido, quando ainda se podiam ver fios e válvulas eletrônicas de brilho alaranjado e imaginar alguma coisa sobre o fluxo dos elétrons — e os que brincavam com conjuntos de química. Ruelle brincava com conjuntos de química, ou não exatamente conjuntos, no recente sentido americano, mas produtos químicos, explosivos ou venenosos, prazeirosamente fornecidos pelos farmacêuticos de sua cidade natal no norte da Bélgica, e em seguida misturados, agitados, aquecidos, cristalizados, e por vezes explodidos pelo próprio Ruelle. Ele nasceu em Gand, em 1935, filho de um professor de ginástica e de uma professora universitária de lingüística, e embora tivesse feito carreira no reino abstrato da ciência, sempre teve gos-

to pelo lado perigoso da natureza, que escondia suas surpresas em cogumelos criptógamos fungóides, ou salitre, enxofre e carvão.

Foi na física matemática, porém, que Ruelle fez a sua contribuição duradoura para a investigação do caos. Em 1970 ele tinha entrado para o Institut des Hautes Études Scientifiques, um instituto nas proximidades de Paris, modelado no Instituto de Estudos Avançados, de Princeton. Já tinha desenvolvido o hábito, que se prolongaria por toda a sua vida, de deixar o instituto e sua família, periodicamente, para fazer caminhadas solitárias, que duravam semanas, levando apenas uma mochila, por terras desertas, na Islândia ou no México rural. Com freqüência, não via ninguém. Quando encontrava seres humanos e aceitava-lhes a hospitalidade — talvez uma refeição de *tortillas* de milho, sem qualquer gordura, animal ou vegetal —, achava que estava vendo o mundo tal como existira dois milênios antes. Quando voltava para o instituto, recomeçava a sua existência científica, o rosto apenas um pouco mais magro, a pele um pouco mais esticada na testa redonda ou no queixo pontudo. Ruelle tinha ouvido conferências de Steve Smale sobre o mapa ferradura e as possibilidades caóticas dos sistemas dinâmicos. Também tinha pensado na turbulência dos fluidos e na imagem clássica de Landau. Desconfiava que essas idéias eram relacionadas — e contraditórias.

Ruelle não tinha experiência com os fluxos de fluidos, mas isso não o desanimou, como não tinha desanimado seus muitos predecessores malsucedidos. "Os não-especialistas sempre descobrem as coisas novas", disse ele.[14] Não existe uma teoria profunda, natural, da turbulência. Todas as perguntas que se podem fazer sobre a turbulência são de uma natureza mais geral e, portanto, acessíveis aos não-especialistas." Era fácil ver por que a turbulência resistia à análise. As equações de fluxo dos fluidos eram equações diferenciais parciais não-lineares, insolúveis, exceto em casos especiais. Não obstante, Ruelle criou uma alternativa abstrata para o quadro de Landau, formulada na linguagem de Smale, com imagens do espaço como um material flexível a ser espremido, esticado e dobrado em formas semelhantes a ferraduras. Escreveu um trabalho em seu instituto, com um matemático holandês visitante, Floris Takens, que ambos publicaram em 1971.[15] O estilo era inequivocadamente matemático — físicos, cautela! —, ou seja, os parágrafos começavam com *Definição* ou *Proposição* ou *Prova*, seguida do introdutório inevitável: Seja...

"Proposição (5.2). Seja $X\mu$ uma família de um parâmetro do campo vetorial C^k num espaço Hilbert H tal que..."

Não obstante, o título pretendia uma conexão com o mundo real: "Da Natureza da Turbulência", um eco deliberado do famoso título de Landau, "Do Problema da Turbulência". O objetivo claro do argumento de Ruelle e Takens ia além da matemática; eles pre-

tendiam oferecer um substituto para a idéia tradicional do início da turbulência. Em lugar de acumulação de freqüências que levava a uma infinidade de movimentos independentes sobrepostos, afirmavam que apenas três movimentos independentes produziriam a complexidade total da turbulência. Matematicamente falando, parte de sua lógica revelou-se obscura, errada, copiada — ou tudo isso ao mesmo tempo — as opiniões ainda variavam, 15 anos depois.[16]

Mas a percepção, o comentário, a marginália e a física existentes naquele trabalho fizeram dele uma contribuição duradoura. O mais sedutor era uma imagem que os autores chamavam de *atrator estranho*. Essa expressão era psicanaliticamente "sugestiva", como Ruelle achou mais tarde.[17] Sua posição no estudo do caos foi tal que ele e Takens brigaram, sob uma aparência de cordialidade, pela honra de ter escolhido as palavras. A verdade é que nenhum dos dois se lembravam, mas Takens, um homem alto, corado, ferozmente nórdico, diria: "Você já perguntou a Deus se ele criou este maldito universo?... Eu não me lembro de nada... Muitas vezes crio sem me lembrar disso".[18] Por sua vez, Ruelle, o principal autor do trabalho, diria suavemente: "Takens estava visitando o IHES. Pessoas diferentes trabalham de maneira diferente. Algumas pessoas tentariam escrever um artigo sozinhas, para ter todo o crédito."[19]

O atrator estranho vive no espaço de fase, uma das invenções mais poderosas da ciência moderna. O espaço de fase proporciona uma maneira de transformar números em imagens, extraindo todas as informações essenciais de um sistema de partes móveis, mecânicas ou fluidas, e traçando um flexível mapa rodoviário de todas as suas possibilidades. Os físicos já trabalhavam com dois tipos de "atratores" mais simples: pontos fixos e ciclos limites, representando o comportamento que chegava a um regime estacionário ou se repetia continuamente.

No espaço de fase, o conhecimento total sobre um sistema dinâmico num instante único do tempo resume-se a um ponto: Esse ponto *é* o sistema dinâmico — naquele instante. No instante seguinte, porém, o sistema se terá modificado, mesmo que seja levemente, e assim o ponto se move. A história do tempo do sistema pode ser registrada num gráfico pelo ponto móvel, traçando-se sua órbita pelo espaço de fase com a passagem do tempo.

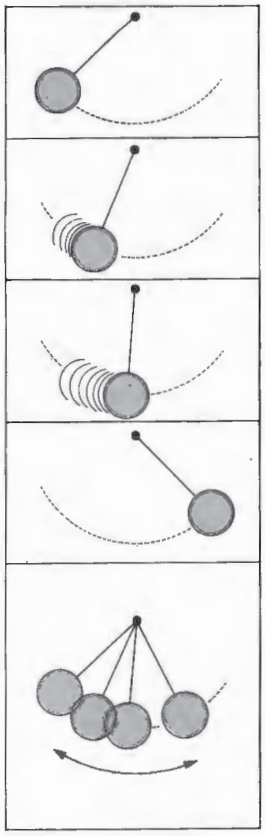
Como podem todas as informações sobre um sistema complicado estar armazenadas num ponto? Se o sistema tem apenas duas variáveis, a resposta é simples. Vem diretamente da geometria cartesiana ensinada nas escolas secundárias — uma variável no eixo horizontal, a outra no vertical. Se o sistema é um pêndulo oscilante, sem atrito, uma variável é a posição, e a outra, a velocidade, e elas mudam constantemente, fazendo uma linha de pequenos pontos

que traça um *loop*, repetindo-se para sempre, em círculos. O mesmo sistema com um nível de energia mais alto — oscilando cada vez mais depressa e mais longe — forma um *loop* no espaço de fase semelhante ao primeiro, porém maior.

Um pouco de realismo, sob a forma de atrito, modifica o quadro. Não precisamos de equações de movimento para saber o destino de um pêndulo sujeito a atrito. Toda órbita tem de acabar no mesmo lugar, o centro: posição 0, velocidade 0. Esse ponto central fixo "atrai" as órbitas. Em lugar de dar voltas e voltas continuamente, elas espiralam para dentro. O atrito dissipa a energia do sistema, e no espaço de fase a dissipação se revela como uma pressão em direção ao centro, a partir das regiões externas de alta energia para as regiões internas de baixa energia. O atrator — o tipo mais simples possível — é como um pequeno imã embutido numa lâmina de borracha.

Uma vantagem de se ver os estados como pontos no espaço é que isso torna mais fácil a observação da mudança. Um sistema cujas variáveis se modificam continuamente, para cima e para baixo, torna-se um ponto móvel, como uma mosca voando pela sala. Se algumas combinações de variáveis nunca ocorrem, então o cientista pode simplesmente imaginar que parte da sala é uma área proibida. A mosca nunca vai ali. Se o sistema comporta-se periodicamente, voltando ao mesmo estado repetidamente, então a mosca se movimenta numa espiral, passando pela mesma posição no espaço de fase repetidamente. Os retratos do espaço de fase dos sistemas físicos mostravam movimentos que de outra forma seriam invisíveis, como a fotografia em infravermelho de uma paisagem pode revelar configurações e detalhes que estão pouco além do alcance da percepção. Quando examinava um retrato de fase, o cientista podia usar sua imaginação para repensar o próprio sistema. Esse *loop* ou espiral corresponde a tal periodicidade. Essa torção corresponde àquela mudança. Esse vazio corresponde àquela impossibilidade física.

Mesmo em duas dimensões, os retratos do espaço de fase tinham muitas surpresas guardadas, e até mesmo computadores pequenos podiam demonstrar facilmente algumas delas, transformando equações em coloridas trajetórias móveis. Alguns físicos começaram a fazer filmes e videoteipes para mostrar aos colegas, e alguns matemáticos da Califórnia[20] publicaram livros com uma série de desenhos nas cores verde, azul e vermelho, ao estilo de caricaturas — "quadrinhos do caos", como disseram alguns de seus colegas, com um leve toque de malícia. As duas dimensões começaram a não cobrir os tipos de sistemas que os físicos precisavam estudar. Tinham de mostrar mais do que duas variáveis, e isso significava mais dimen-

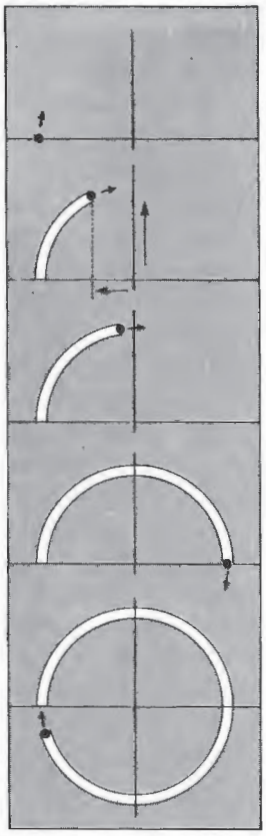


A velocidade é 0 quando o pêndulo começa a oscilar. A posição é um número negativo, a distância para a esquerda do centro.

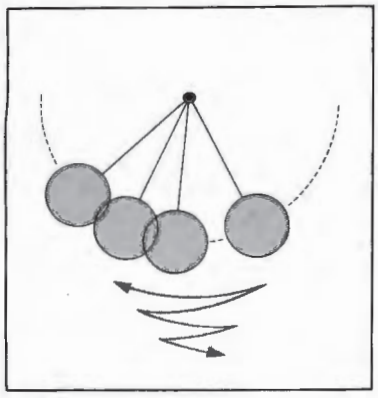
Os dois números especificam um ponto único no espaço de fase bidimensional.

A velocidade atinge o máximo quando a posição do pêndulo passa por 0.

A velocidade diminui novamente para 0 e em seguida torna-se negativa para representar o movimento para a esquerda.



OUTRA MANEIRA DE VER UM PÊNDULO. Um ponto no espaço de fase (*direita*) contém todas as informações sobre o estado de um sistema dinâmico em qualquer momento (*esquerda*). Para um pêndulo simples, dois números — velocidade e posição — é tudo o que se precisa conhecer.



Os pontos traçam uma trajetória que proporciona uma maneira de visualizar o comportamento contínuo a longo prazo de um sistema dinâmico. Um *loop* repetitivo representa um sistema que se repete a intervalos regulares para sempre.

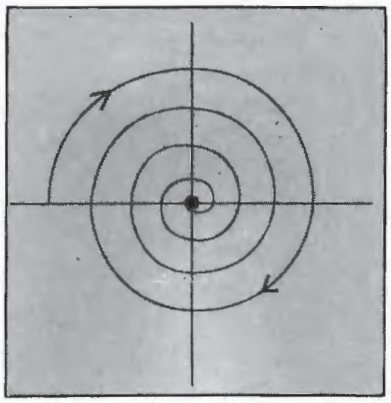
Se o comportamento repetitivo é estável, como no relógio de pêndulo, então o sistema volta a essa órbita depois de quaisquer pequenas perturbações. No espaço de fase, as trajetórias próximas da órbita são atraídas para ela; a órbita é um atrator.

sões. Toda parte de um sistema dinâmico que se pode movimentar independentemente é outra variável, outro grau de liberdade. E cada grau de liberdade exige outra dimensão no espaço de fase, a fim de que um único ponto contenha informações suficientes para determinar o estado do sistema, de forma única. As equações simples que Robert May estudou eram unidimensionais — um único número bastava, um número que podia representar a temperatura ou a população, e esse número definia a posição de um ponto numa linha unidimensional. O sistema simplificado de convecção dos fluidos de Lorenz era tridimensional, não porque o fluido se movesse em três dimensões, mas porque eram necessários três números diferentes para fixar o estado do fluido a qualquer momento.

Espaços de quatro, cinco ou mais dimensões sobrecarregam a imaginação visual até mesmo do mais ágil topologista. Mas os sistemas complexos têm muitas variáveis independentes. Os matemáticos tiveram de aceitar o fato de que sistemas com uma infinidade de graus de liberdade — a natureza sem peias expressa-se numa turbulenta queda d'água ou num cérebro imprevisível — exigiam um espaço de fase de dimensões infinitas. Mas quem podia manusear tal coisa? Era uma hidra, impiedosa e incontrolável, e foi a imagem de Landau para a turbulência: modos infinitos, graus infinitos de liberdade, dimensões infinitas.

Os físicos tinham boas razões para não gostar de um modelo que via tão pouca clareza na natureza. Usando equações não-lineares do movimento fluido, os mais rápidos supercomputadores do mundo foram incapazes de traçar com precisão o fluxo turbulento até mesmo de um centímetro cúbico, por mais de uns poucos segundos. A culpa disso foi, certamente, mais da natureza do que de Landau, mas mesmo assim o quadro de Landau ia contra as tendências. À falta de qualquer conhecimento, o físico poderia suspeitar que algum princípio estava escapando à descoberta. O grande teórico do *quantum* Richard P. Feynman, expressou esse sentimento. "Sempre me aborrece o fato de que, de acordo com as leis tal como as entendemos hoje, seja necessário um número infinito de operações lógicas de uma máquina computadora para verificar o que acontece numa região do espaço, por menor que seja, e por uma região do tempo, por menor que seja. Como é possível que tudo aquilo esteja ocorrendo nesse pequeno espaço? Por que seria necessário um volume infinito de lógica para determinar o que um pequeno fragmento de espaço/tempo vai fazer?"[21]

Como tantos outros que começaram a estudar o caos, David Ruelle suspeitava[22] que os padrões visíveis no fluxo turbulento — linhas de circulação auto-emaranhadas, vórtices espirais, espirais



O atrator pode ser um único ponto. Para um pêndulo que perde constantemente a energia com o atrito, todas as trajetórias espiralam para dentro na direção de um ponto que representa um regime estacionário — neste caso, o regime estacionário de total ausência de movimento.

que surgem ante o olho e desaparecem novamente — refletiam padrões explicados por leis ainda não descobertas. Para ele, a dissipação de energia num fluxo turbulento ainda deve levar a uma espécie de contração do espaço de fase, um puxão no sentido de um atrator. Certamente, o atrator não seria um ponto fixo, porque o fluxo não entraria nunca em repouso. A energia estava entrando no sistema, bem como saindo dele. Que outro tipo de atrator poderia ser? De acordo com o dogma, só havia um outro tipo, um atrator periódico, ou ciclo limite — uma órbita que atraía todas as órbitas próximas. Se um pêndulo adquire energia de uma mola, enquanto a perde com o atrito — isto é, se o pêndulo é ao mesmo tempo impulsionado e amortecido — uma órbita estável pode ser o *loop* fechado no espaço de fase que representa o movimento oscilatório regular de um relógio de pêndulo. Qualquer que seja o ponto em que ele comece, o pêndulo se fixará numa órbita. Será? Em certas condições iniciais — as de mais baixa energia — o pêndulo ainda acabará parando, o que significa que o sistema tem na realidade dois atratores, sendo um deles um *loop* fechado e o outro, um ponto fixo. Cada atrator tem sua "bacia", assim como dois rios próximos banham suas próprias bacias específicas.

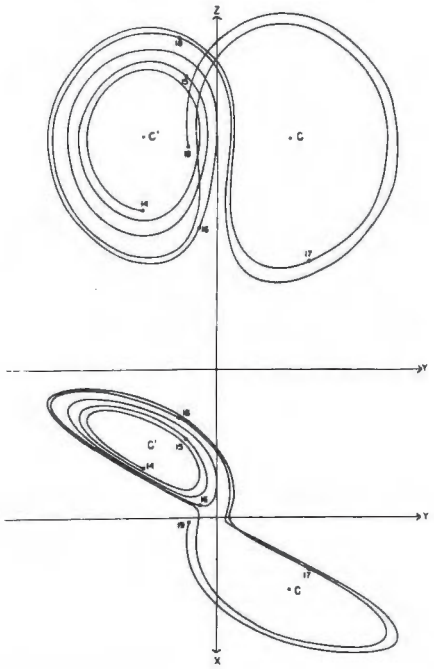
A curto prazo, qualquer ponto num espaço de fase pode representar um comportamento possível do sistema dinâmico. A longo prazo, os únicos comportamentos possíveis são os próprios atratores. Outros tipos de movimento são transitórios. Por definição, os atratores tinham a importante propriedade da estabilidade — num

sistema real onde as partes móveis estão sujeitas a choques e sacudidelas em virtude do ruído do mundo real, o movimento tende a retornar para o atrator. Um choque pode deslocar a trajetória por um breve período de tempo, mas os resultantes movimentos transitórios acabam desaparecendo. Mesmo que um gato esbarre nele, o relógio de pêndulo não passa para um minuto de 62 segundos. A turbulência num fluido era um comportamento de uma ordem diferente, que jamais produzia um ritmo único, com exclusão dos outros. Uma característica bem conhecida da turbulência era a presença simultânea de todo o amplo espectro de ciclos possíveis. A turbulência é como o ruído branco, ou estática. Poderia isso surgir de um sistema de equações determinista e simples?

Ruelle e Takens indagaram se algum outro tipo de atrator podia ter o conjunto adequado de propriedade. Estável — representando o estado final de um sistema dinâmico num mundo cheio de ruídos. De baixa dimensão — uma órbita num espaço de fase que podia ser um retângulo ou uma caixa, com apenas alguns graus de liberdade. Não-periódico — que nunca se repetisse, e nunca caísse num ritmo estável do relógio de pêndulo. Geometricamente, a questão era um enigma: que tipo de órbita podia ser traçada num espaço limitado, de modo a não repetir-se nunca e nunca cruzar-se — porque quando um sistema retorna a um estado pelo qual já passou, deve seguir o mesmo caminho, a partir dali. Para produzir todos os ritmos, a órbita teria de ser uma linha infinitamente longa numa área finita. Em outras palavras — mas a palavra não tinha sido criada —, teria de ser fractal.

Pelo raciocínio matemático, Ruelle e Takens afirmaram que tal coisa devia existir. Nunca a tinham visto, e não desenharam uma. Mas a afirmação bastava. Mais tarde, fazendo um discurso perante o Congresso Internacional de Matemática, em Varsóvia, com a confortável vantagem de uma visão retrospectiva, Ruelle declarou: "A reação do público científico à nossa proposição foi bastante fria. Em especial, a idéia de que o espectro contínuo estaria associado a alguns graus de liberdade foi vista como uma heresia por muitos físicos."[23] Mas foram os físicos — alguns apenas, na verdade — que reconheceram a importância do artigo de 1971 e continuaram a desenvolver suas implicações.

Na realidade, em 1971 a bibliografia científica já continha um pequeno desenho linear da inimaginável besta que Ruelle e Takens estavam tentando trazer à vida. Edward Lorenz o tinha anexado ao seu artigo de 1963 sobre o caos determinista,[24] um desenho com apenas duas curvas à direita, uma dentro da outra, e cinco à esquerda. Para projetar apenas esses sete *loops* foram necessários 500 cálcu-



O PRIMEIRO ATRATOR ESTRANHO. Em 1963 Edward Lorenz só pôde computar os primeiros poucos fios de um atrator para seu sistema simples de equações. Mas pôde ver que o entrelaçamento das duas asas espirais devia ter uma extraordinária estrutura em escalas invisivelmente pequenas.

los sucessivos no computador. Um ponto movimentando-se ao longo dessa trajetória no espaço de fase, em torno dos *loops*, ilustrava a rotação lenta, caótica, de um fluido, tal como modelado pelas três equações de Lorenz para a convecção. Como o sistema tinha três variáveis independentes, esse atrator ficava num espaço de fase tridimensional. Embora traçasse apenas um fragmento dele, Lorenz pôde ver mais do que traçou: uma espécie de espiral dupla, como um par de asas de borboleta, interligadas com infinita habilidade. Quando o calor crescente do seu sistema empurrava o fluido numa direção, a trajetória permanecia do lado direito; quando o movimento rotativo parava e se invertia, a trajetória oscilava para a outra asa.

O atrator era estável, de baixa dimensão e não-periódico. Não podia cortar-se nunca, porque se o fizesse, voltando a um ponto já visitado, a partir de então o movimento se repetiria num *loop* periódico. Isso nunca acontecia — e aí estava a beleza do atrator. Esses *loops* e espirais eram infinitamente profundos, nunca se juntando

totalmente, nunca se cruzando. Não obstante, permaneciam dentro de um espaço finito, confinado por uma caixa. Como era possível? Como podia um número infinito de percursos ficar num espaço finito?

Numa época antes que as imagens dos fractais de Mandelbrot tivessem inundado o mercado científico, os detalhes da construção de tal forma eram difíceis de ser imaginados, e Lorenz reconheceu uma "evidente contradição" em sua tentativa de descrição. "É difícil conciliar a fusão de duas superfícies, uma das quais contendo todas as espirais, com a incapacidade de duas trajetórias se fundirem",[25] escreveu ele. Viu, porém uma resposta demasiado delicada para aparecer nos poucos cálculos ao alcance de seu computador. Onde as espirais parecem juntar-se, as superfícies devem dividir-se, percebeu ele, formando camadas separadas à maneira de um milfolhas. "Vemos que cada superfície é na realidade um par de superfícies, de modo que, quando parecem fundir-se, há na verdade quatro superfícies. Continuando esse processo num outro circuito, vemos que há realmente oito superfícies, etc., e concluímos finalmente que há um infinito complexo de superfícies extremamente próximas de uma ou outra das duas superfícies que se fundem". Não era de surpreender que os meteorologistas deixassem, em 1963, essas especulações de lado, nem que Ruelle, uma década depois, se espantasse e entusiasmasse ao tomar finalmente conhecimento do trabalho de Lorenz. Foi visitá-lo certa vez,[26] nos anos seguintes, e voltou um pouco decepcionado por não terem falado mais do seu território comum na ciência. Com a timidez característica, Lorenz fez do encontro uma ocasião social, e eles foram, acompanhados de suas mulheres, a um museu de arte.

Os esforços de seguir as indicações fornecidas por Ruelle e Takens tomaram duas direções. Uma delas foi a luta teórica para visualizar os atratores estranhos. Seria típico o atrator de Lorenz? Que outros tipos de formas eram possíveis? A outra direção era uma linha de trabalho experimental destinado a confirmar ou refutar o ato de fé altamente não-matemático que sugeria a aplicabilidade dos atratores estranhos ao caos na natureza.

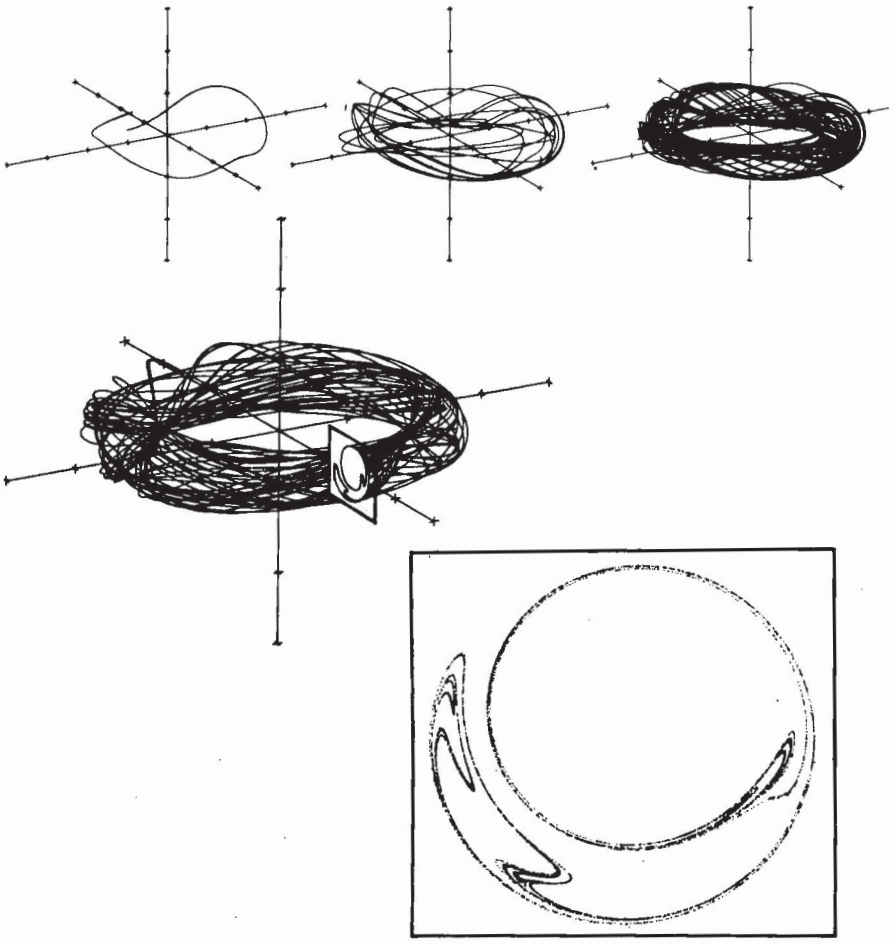
No Japão, o estudo dos circuitos elétricos que imitavam o comportamento das molas mecânicas — com muito maior rapidez — levou Yoshisuke Ueda a descobrir um conjunto extraordinariamente belo de atratores estranhos. (Enfrentou uma versão oriental da frieza com que Ruelle foi recebido: "Seu resultado não passa de uma oscilação quase periódica. Não forme um conceito egoísta dos regimes estacionários.")[27] Na Alemanha, Otto Rössler, um médico que não clinicava e que chegou ao caos através da química e da biologia teórica, começou com a inesperada capacidade de ver os atra-

tores estranhos como objetos filosóficos, deixando que a matemática viesse atrás. O nome de Rössler ligou-se a um atrator particularmente simples, na forma de uma faixa ou fita com um laço ou dobra, muito estudada por ser fácil de desenhar, mas ele visualizou também os atratores em dimensões maiores — "uma salsicha numa salsicha numa salsicha numa salsicha",[28] dizia, "tire-a, dobre-a, aperte-a, coloque-a de volta". Na verdade, dobrar e apertar o espaço era uma chave para a construção de atratores estranhos, e talvez uma chave para a dinâmica dos sistemas reais que lhes deu origem. Rössler achava que tais formas embutiam um princípio de auto-organização no mundo. Imaginava alguma coisa como uma biruta num campo de aviação, "um tubo aberto com um buraco na ponta, e o vento entra por ali", disse ele. "Em seguida o vento fica preso. Contra sua vontade, a energia faz alguma coisa produtiva, como o diabo na história medieval. O princípio é que a natureza faz alguma coisa contra a sua própria vontade, e, emaranhando-se, produz beleza."

Fazer imagens dos atratores estranhos não era coisa simples. De um modo geral, as órbitas percorriam suas trilhas cada vez mais complicadas através de três dimensões ou mais, criando um traçado escuro no espaço, com uma estrutura interna que não podia ser vista de fora. Para transformar essas meadas tridimensionais em imagens planas, os cientistas usaram primeiro a técnica da projeção, na qual um desenho representava a sombra que um atrator projetaria numa superfície. Com atratores estranhos complicados, porém, a projeção apenas atenua os contornos, transformando-os numa confusão indecifrável. Uma técnica mais reveladora era fazer um *mapa de retorno*, ou um *mapa de Poincaré*, tomando-se uma parte do núcleo emaranhado do atrator, eliminando-se uma seção bidimensional, assim como o patologista prepara uma seção do tecido para uma lâmina de microscópio.

O mapa de Poincaré elimina uma dimensão de um atrator e transforma uma linha contínua num conjunto de pontos. Ao reduzir um atrator ao seu mapa de Poincaré, o cientista supõe implicitamente que pode preservar grande parte do movimento essencial. Pode imaginar, por exemplo, um atrator estranho dando voltas e zumbindo ante seus olhos, com órbitas que vão para cima e para baixo, para a esquerda e a direita, para frente e para trás, em sua tela de computador. Cada vez que a órbita passa pela tela, deixa um ponto brilhante no lugar do cruzamento, e os pontos formam uma mancha randômica ou começam a traçar alguma forma em fósforo.

O processo corresponde à amostragem do estado de um sistema, com certos intervalos, e não continuamente. Quando fazer amostragem — onde tirar o pedaço do atrator estranho — é uma



MOSTRANDO A ESTRUTURA DO ATRATOR. O atrator estranho acima — primeiro uma órbita, depois dez, depois cem — mostra o comportamento caótico de um rotor, um pêndulo oscilando num círculo completo, impulsionado por um empuxe energético em intervalos regulares. Quando 1.000 órbitas já foram traçadas (*embaixo*) o atrator tornou-se um novelo impenetravelmente embaraçado.

Para ver a estrutura por dentro, o computador pode fazer um corte através de um atrator, a chamada seção de Poincaré. A técnica reduz uma imagem tridimensional a duas dimensões. Toda vez que a trajetória passa por um plano, marca um ponto, e gradualmente surge um padrão minuciosamente detalhado. Este exemplo tem mais de 8.000 pontos, cada qual representando uma órbita completa em torno do atrator. Na verdade, o sistema é "amostrado" em intervalos regulares. Um tipo de informação é perdido; outro é bastante destacado.

questão que proporciona certa flexibilidade ao investigador. O intervalo mais informativo poderia corresponder a um aspecto físico do sistema dinâmico: por exemplo, um mapa de Poincaré poderia fazer amostragens da velocidade de um pêndulo toda vez que ele passasse pelo seu ponto mais baixo. Ou o investigador podia escolher um intervalo irregular de tempo, congelando estados sucessivos no clarão de uma luz estroboscópica imaginária. De qualquer maneira, essas imagens começaram finalmente a revelar a estrutura fractal fina suposta por Edward Lorenz.

O atrator estranho mais esclarecedor,[29] por ser o mais simples, veio de um homem muito distanciado dos mistérios da turbulência e da dinâmica dos fluidos. Era um astrônomo, Michel Hénon, do Observatório de Nice, no litoral sul da França. De certa maneira, é claro que foi a astronomia que deu início aos sistemas dinâmicos, pois os movimentos dos planetas no sentido dos ponteiros do relógio deu a Newton o seu triunfo, e a Laplace a sua inspiração. A mecânica celeste, porém, diferia da maioria dos sistemas terrestres num aspecto crítico. Os sistemas que perdem energia na fricção são dissipáveis. Os sistemas astronômicos, ao contrário, são conservadores, ou hamiltonianos. Na verdade, numa escala quase infinitesimal, até mesmo os sistemas astronômicos sofrem de uma espécie de amortecimento, com as estrelas perdendo energia irradiada e o atrito das marés amortecendo certo *momentum* dos corpos em órbita, mas, para finalidades práticas, os cálculos dos astrônomos podiam ignorar a dissipação. E sem dissipação, o espaço de fase não dobraria nem encolheria da maneira necessária à produção de camadas fractais infinitas. Um atrator estranho jamais poderia surgir. Poderia surgir o caos?

Muitos astrônomos têm carreiras longas e felizes sem nunca pensar nos sistemas dinâmicos, mas Hénon era diferente. Nasceu em Paris em 1931, sendo poucos anos mais jovem do que Lorenz, mas, como este, era um cientista com certa atração não-realizada pela matemática. Hénon gostava de problemas pequenos, concretos, que pudessem ser ligados a situações físicas — "não como o tipo de matemática feito hoje", dizia ele. Quando os computadores chegaram a um tamanho que permitiu sua utilização como passatempo, Hénon arranjou um, que montou e com o qual brincava em casa. Muito antes disso, porém, ele se ocupou de um problema particularmente intrigante em dinâmica. Relacionava-se com os aglomerados globulares — compactas bolas de estrelas, por vezes um milhão num lugar, que formam os objetos mais antigos e, possivelmente, mais espantosos do céu noturno. Os aglomerados globulares são surpreendentemente densos de estrelas. O problema de como perma-

necem juntas e como evoluem no tempo tem desnorteado os astrônomos ao longo de todo o século XX.

Em termos dinâmicos, um aglomerado globular é um grande problema de corpos múltiplos. O problema de um corpo duplo é fácil. Newton o resolveu completamente. Cada corpo — a terra e a lua, por exemplo — percorre uma elipse perfeita em torno do centro conjunto de gravidade do sistema. Acrescente-se mais um objeto gravitacional, porém, e tudo muda. O problema de três corpos é difícil, e pior do que difícil. Como descobriu Poincaré, é na maioria dos casos impossível. As órbitas podem ser calculadas numericamente durante algum tempo, e com computadores potentes podem ser acompanhadas por muito tempo, antes que as incertezas comecem a predominar. Mas as equações não podem ser solucionadas analiticamente, o que significa que questões a longo prazo sobre um sistema de três corpos não podem ser solucionadas. O sistema solar é estável?[30] Certamente parece ser, a curto prazo, mas ainda hoje ninguém sabe com certeza se algumas órbitas planetárias não poderiam tornar-se cada vez mais excêntricas, até os planetas se separarem para sempre do sistema.

Um sistema como o aglomerado globular é demasiado complexo para ser tratado diretamente como um problema de corpos múltiplos, mas a sua dinâmica pode ser estudada com a ajuda de certas concessões. É aceitável, por exemplo, imaginar que as estrelas isoladas seguem seu caminho através de um campo gravitacional médio com um centro gravitacional específico. Ocorre, porém, duas estrelas se aproximarem o bastante para que sua interação tenha de ser tratada separadamente. E os astrônomos compreenderam que os aglomerados globulares não devem, em geral, ser estáveis. Sistemas estelares binários tendem a formar-se dentro deles, emparelhando-se as estrelas em pequenas órbitas compactas, e quando uma terceira estrela encontra uma binária, uma das três tende a levar um violento empurrão. Ocorre também uma estrela ganhar energia suficiente com essa interação para alcançar a velocidade de fuga e afastar-se para sempre do aglomerado; o resto deste, nesse caso, contrai-se ligeiramente. Quando Hénon ocupou-se desse problema em sua tese de doutorado em Paris, em 1960, fez uma suposição bastante arbitrária: que, à medida que o aglomerado mudava de escala, permanecia semelhante a si mesmo. Desenvolveu os cálculos e chegou a um resultado surpreendente. O núcleo de um aglomerado desabaria, ganhando energia cinética e buscando um estado de densidade infinita. Isso era difícil de imaginar, e além do mais não tinha apoio nos dados dos aglomerados observados até então. Lentamente, porém, a teoria de Hénon — que mais tarde recebeu o nome de "colapso gravotérmico" — foi aceita.

Assim fortalecido, querendo aplicar a matemática a velhos problemas e explorar os resultados inesperados até suas conseqüências improváveis, ele começou a trabalhar num problema muito mais fácil — o da dinâmica estelar. Dessa vez, em 1962, visitando a Universidade de Princeton, teve acesso pela primeira vez aos computadores, exatamente quando Lorenz, no M.I.T., começava a usá-los em meteorologia. Hénon fez modelos das órbitas das estrelas à volta de seu centro galáctico. De forma razoavelmente simples, as órbitas galácticas podem ser tratadas como as órbitas dos planetas em torno de um sol, com uma exceção: a fonte de gravidade central não é um ponto, mas um disco com espessura em três dimensões.

Ele fez uma concessão com as equações diferenciais. "Para ter mais liberdade de experimentação", como disse, "esquecemos momentaneamente a origem astronômica do problema".[31] Embora não o dissesse na época, "liberdade de experimentação" significava, em parte, liberdade de jogar com o problema num computador primitivo. Sua máquina tinha menos de um milésimo da memória de um único *chip* de um computador particular de 25 anos depois, e era lenta, também. Mas, à semelhança de experimentadores mais recentes dos fenômenos do caos, Hénon verificou que a simplificação excessiva tinha compensações. Fazendo abstração apenas da essência do seu sistema, conseguiu descobertas que se aplicavam também a outros sistemas, e mais importantes. Anos depois, as órbitas galácticas ainda eram um jogo teórico, mas a dinâmica desses sistemas estava sob uma investigação intensiva, onerosa, pelos interessados nas órbitas das partículas em aceleradores de alta energia e pelos interessados no confinamento dos plasmas magnéticos para a criação da fusão nuclear.

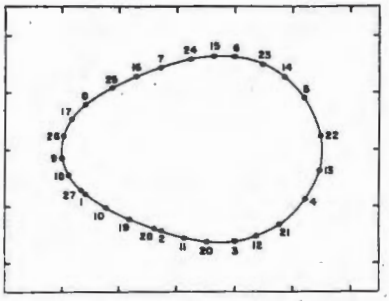
As órbitas estelares nas galáxias, numa escala temporal de cerca de 200 milhões de anos, adquirem um caráter tridimensional, em lugar de realizar elipses perfeitas. Órbitas tridimensionais são tão difíceis de visualizar quando reais quanto as construções imaginárias no espaço de fase. Por isso, Hénon usou uma técnica comparável à elaboração de mapas de Poincaré. Imaginou uma folha lisa colocada de pé de um lado da galáxia, de modo que todas as órbitas passassem por ela, como os cavalos numa corrida passam pela linha de chegada. Em seguida, ele marcava o ponto onde a órbita atravessava esse plano e traçava o movimento do ponto de órbita para órbita.

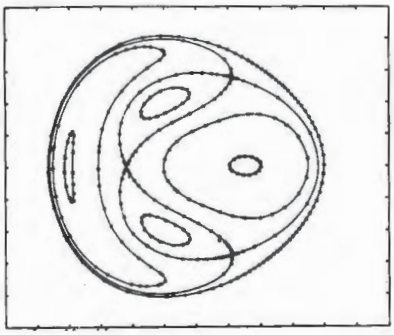
Hénon tinha de projetar esses pontos a mão, mas posteriormente os muitos cientistas que usaram essa técnica iriam vê-los surgir numa tela de computador, como distantes postes de luz acendendo-se um a um, ao anoitecer. Uma órbita típica também podia começar com um ponto no lado inferior esquerdo da página. Depois, na

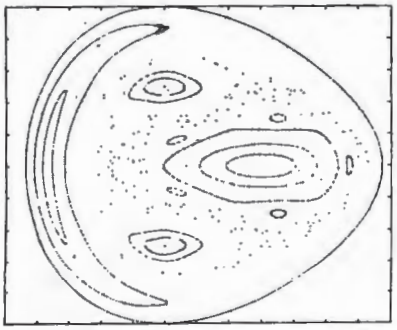
volta seguinte, um ponto surgia alguns centímetros à direita. Depois outro, mais à direita e mais acima um pouco, e assim por diante. A princípio, nenhuma configuração se evidenciava, mas depois de 10 a 20 pontos, uma curva ovalada começava a formar-se. Na realidade os pontos sucessivos fazem um circuito em volta da curva, mas como não completam a volta exatamente no mesmo lugar, por fim, depois de centenas ou milhares de pontos, a curva está perfeitamente delineada.

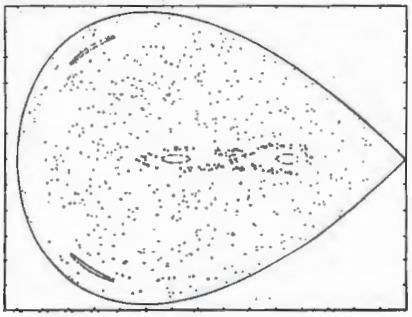
Essas órbitas não são completamente regulares, já que nunca se repetem exatamente, mas são sem dúvida previsíveis, e estão longe de ser caóticas. Os pontos nunca chegam dentro da curva ou fora dela. Levadas de volta ao quadro tridimensional completo, as órbitas delineavam um toro, ou a forma de uma rosca, e o mapeamento de Hénon era um corte transversal do toro. Até aí, ele estava simplesmente ilustrando o que todos os seus antecessores tinham como certo. As órbitas eram periódicas. No observatório de Copenhague,[32] de 1910 a 1930, uma geração de astrônomos observou com dificuldade, e calculou, centenas dessas órbitas — mas estavam interessados apenas nas que se mostravam periódicas. "Eu também estava convencido, como todos naquela época, de que todas as órbitas deviam ser regulares como esta", disse Hénon.[33] Mas ele, e um aluno seu de Princeton, Carl Heiles, continuaram a computar diferentes órbitas, aumentando cada vez mais o nível de energia em seus sistemas abstratos. Viram logo alguma coisa totalmente nova.

Primeiro, a curva ovalada se transformava em algo mais complicado, cruzando a si mesma em forma de oitos e separando-se em *loops* distintos. Ainda assim, cada órbita se enquadrava num desses *loops*. Depois, em níveis ainda maiores, ocorria outra modificação, muito abruptamente. "E ali estava a surpresa", escreveram Héron e Heiles.[34] Algumas órbitas tornaram-se tão instáveis que os pontos se dispersavam aleatoriamente no papel. Em certos lugares, as curvas ainda podiam ser traçadas; em outros, nenhuma curva se adequava aos pontos. O quadro tornou-se bastante dramático: indicações de total desordem misturadas com claros restos de ordem, criando formas que lembravam "ilhas" e "cadeias de ilhas" a esses astrônomos. Eles tentaram dois computadores diferentes e dois métodos diferentes de integração, mas os resultados foram os mesmos. Só podiam investigar e especular. Baseados apenas em sua experimentação numérica, fizeram uma suposição sobre a estrutura profunda dessas imagens. Com maior ampliação, sugeriram eles, mais ilhas surgiriam em escalas cada vez menores, talvez até o infinito. A prova matemática era necessária, "mas a abordagem matemática do problema não parece fácil".[35]









ÓRBITAS EM TORNO DO CENTRO GALÁCTICO. Para compreender as trajetórias das estrelas numa galáxia, Michel Hénon computou os cruzamentos de uma órbita com um plano. Os padrões resultantes dependeram da energia total do sistema. Os pontos de uma órbita estável produziram gradualmente uma curva contínua, ligada (*esquerda*). Outros níveis de energia, porém, produziram complicadas misturas de estabilidade e caos, representadas pelas regiões de pontos dispersos.

Hénon passou a outros problemas, mas 14 anos depois, quando finalmente ouviu falar dos atratores estranhos de David Ruelle e Edward Lorenz, estava preparado. Em 1976 ele se tinha transferido para o Observatório de Nice, o cavaleiro do Mediterrâneo, no Grande Corniche, e ouviu um físico visitante[36] falar do atrator de Lorenz. Esse físico tinha tentado diferentes técnicas para iluminar a "microestru-

tura" fina do atrator, com pouco êxito. Embora os sistemas dissipáveis não fossem o seu campo ("os astrônomos têm, por vezes, medo dos sistemas dissipáveis — eles são desordenados"),[37] Hénon achou que tinha uma idéia.

Mais uma vez, resolveu esquecer todas as referências às origens físicas do sistema e concentrar-se apenas na essência geométrica que desejava explorar. Quando Lorenz e outros tinham ficado com as equações diferenciais — fluxos, com mudanças *contínuas* no espaço e no tempo –, ele se voltou para as equações de diferença descontínuas no tempo. A chave, acreditava ele, era a repetida extensão e dobra do espaço de fase, à maneira do pasteleiro que prepara as roscas, dobrando-as, desdobrando-as, criando uma estrutura que acabará sendo um feixe de finas camadas. Hénon traçou um oval liso num pedaço de papel. Para espichá-lo, tomou uma função numérica curta que moveria qualquer ponto no oval para um novo ponto numa forma que fosse esticada para cima, no centro, como um arco. Era um mapeamento — ponto por ponto, todo o oval foi "mapeado" sobre o arco. Escolheu então um segundo mapeamento, dessa vez uma contração que encolheria o arco para dentro, para torná-lo mais estreito. E em seguida uma terceira mapeação virava o arco estreito de lado, para que correspondesse bem ao oval original. Os três mapeamentos poderiam ser combinados numa função única para os objetivos de cálculo.

Em espírito, ele seguia a idéia da ferradura de Smale. Numericamente, todo o processo era tão simples que podia ser facilmente acompanhado numa calculadora. Qualquer ponto tem uma coordenada x e uma coordenada y para fixar a sua posição horizontal e vertical. Para encontrar o novo x, a regra era tomar o velho y, acrescentar 1 e subtrair 1,4 vezes o velho x ao quadrado. Para encontrar o novo y, era multiplicar 0,3 pelo velho x. Ou seja: x novo $= y + 1 - 1{,}4\,x^2$ e y novo $= 0{,}3\,x$. Hénon tomou um ponto de partida mais ou menos aleatoriamente, pegou a calculadora e começou a projetar novos pontos, um depois do outro, até ter projetado milhares. Em seguida, usou um computador de verdade, um IBM 7040, e traçou rapidamente cinco milhões. Qualquer pessoa que tivesse um computador particular e um mostrador de gráficos poderia fazer a mesma coisa, facilmente.

A princípio os pontos parecem saltar desordenadamente pela tela. O efeito é o de uma seção de Poincaré de um atrator tridimensional, movendo-se irregularmente de um lado para outro da tela. Mas uma forma começa a aparecer rapidamente, um contorno curvado semelhante a uma banana. Quanto mais longo o programa, mais detalhes aparecem. Partes do contorno parecem ter certa espessura, mas em seguida essa espessura se transforma em duas li-

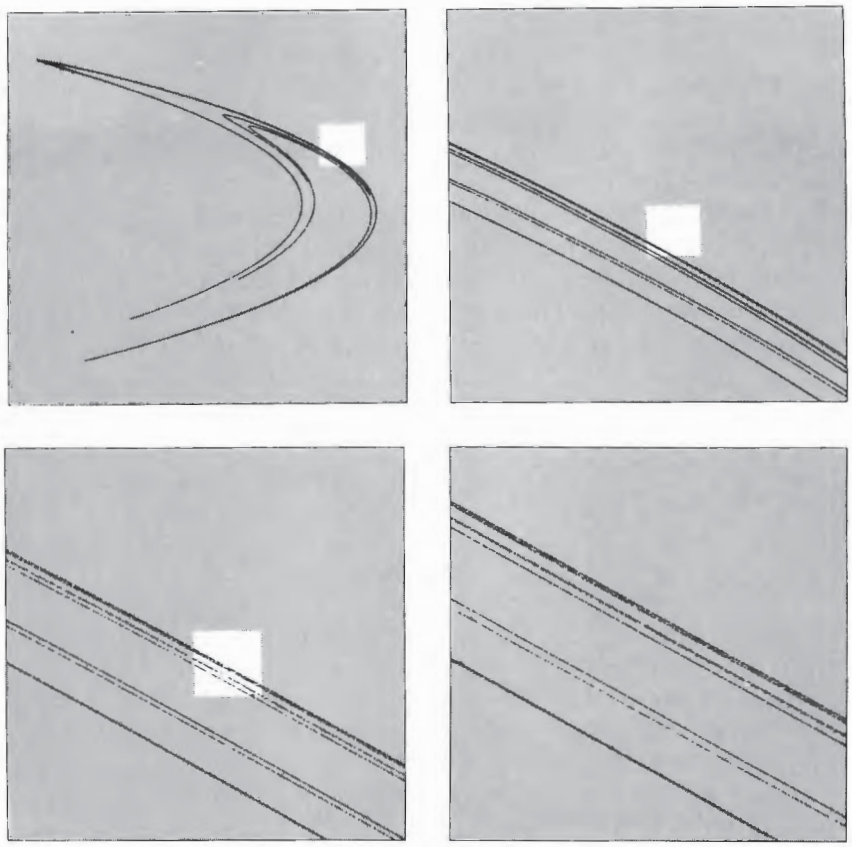
nhas distintas, depois essas duas em quatro, um par bem junto e o outro bem separado. Com maior ampliação, cada uma das quatro linhas revela-se composta de mais duas linhas, e assim por diante, *ad infinitum*. Como o atrator de Lorenz, o de Héron evidencia um regresso infinito, como uma seqüência interminável de bonecas russas, uma dentro da outra.

Os detalhes encaixados, linhas dentro de linhas, podem ser vistos em forma final numa série de imagens com ampliação progressivamente maior. Mas o efeito fantástico do atrator estranho pode ser apreciado de outra maneira quando a forma aparece no tempo, ponto a ponto. Surge como um fantasma surge da névoa. Novos pontos se espalham pela tela de forma tão aleatória que parece incrível que qualquer estrutura exista ali, e muito menos uma estrutura tão complicada e fina. Quaisquer dois pontos consecutivos estão arbitrariamente muito distantes, como quaisquer dois pontos inicialmente próximos num fluxo turbulento. Dado qualquer número de pontos, é impossível supor onde o próximo aparecerá — exceto, é claro, que será em algum lugar do atrator.

Os pontos vagueiam tão aleatoriamente, a configuração surge tão etereamente, que é difícil lembrar que a forma é um *atrator*. Não é apenas uma trajetória qualquer de um sistema dinâmico. É a trajetória para a qual convergem todas as outras trajetórias. É por isso que a escolha das condições iniciais não tem importância. Enquanto o ponto de partida estiver em algum lugar perto do atrator, os poucos pontos seguintes convergirão para o atrator com grande rapidez.

Anos antes, quando David Ruelle chegou ao laboratório de Gollub e Swinney no City College, em 1974, os três físicos viram que eram frágeis os elos entre a teoria e a experimentação. Um fragmento matemático, filosoficamente ousado, mas tecnicamente incerto. Um cilindro de fluido turbulento, que não era grande coisa para se ver, mas claramente em desacordo com a velha teoria. Os homens passaram a tarde conversando, e em seguida Swinney e Gollub partiram com as mulheres, para passar férias na cabana de Gollub, nas montanhas Adirondack. Eles não tinham visto um atrator estranho, e não tinham medido grande parte do que poderia realmente acontecer no início da turbulência. Mas sabiam que Landau estava errado e suspeitavam que Ruelle estava certo.

Como um elemento do mundo revelado pela investigação em computador, o atrator estranho começou como simples possibilidade, marcando um lugar que não tinha sido alcançado por muitas das grandes imaginações do século XX. Mas logo, quando os cientistas viram o que os computadores tinham para mostrar, isso lhes



O ATRATOR DE HÉNON. Uma simples combinação de dobragem e extensão produziu um atrator que é fácil de computar, embora ainda mal compreendido pelos matemáticos. Enquanto milhares, depois milhões, de pontos vão aparecendo, surgem mais e mais detalhes. O que parece ser linhas únicas revela-se, sob ampliação, como pares, depois pares de pares. Mas, se quaisquer dois pontos sucessivos aparecem próximos, ou muito distantes, é imprevisível.

pareceu um rosto já visto por toda parte, na música dos fluxos turbulentos ou nas nuvens espalhadas como véus pelo céu. A natureza era refreada. A desordem era canalizada, ao que parecia, para padrões com um tema comum subjacente.

Mais tarde, a aceitação dos atratores estranhos alimentou a revolução no caos dando aos investigadores numéricos um claro programa a ser posto em prática. Eles procuraram atratores estranhos em toda parte, onde quer que a natureza parecesse comportar-se de forma aleatória. Muitos afirmaram que as condições meteorológicas da terra poderiam estar num atrator estranho. Outros reu-

niram milhões de dados sobre o mercado de ações e começaram a buscar um atrator estranho ali, examinando a aleatoriedade através das lentes ajustáveis de um computador.[38]

Em meados da década de 70 essas descobertas ainda eram coisas do futuro. Ninguém tinha visto realmente um atrator estranho numa experiência, e estava longe de ser claro como continuar a procurá-lo. Na teoria, o atrator estranho podia dar substância matemática a novas propriedades fundamentais do caos. A dependência sensível das condições iniciais era uma delas. A "mistura" era outra, de uma forma que teria sentido para o projetista de motor a jato, por exemplo, preocupado com a combinação eficiente de combustível e oxigênio. Mas ninguém sabia como medir essas propriedades, como atribuir-lhes números. Os atratores estranhos pareciam fractais, significando isso que sua verdadeira dimensão era fracionada, mas ninguém sabia como medi-la, ou como aplicar essa medida no contexto dos problemas de engenharia.

E, o que era mais importante, ninguém sabia se os atratores estranhos informariam alguma coisa sobre o problema mais profundo dos sistemas não-lineares. Ao contrário dos sistemas lineares, facilmente calculados e facilmente classificados, sistemas não-lineares ainda parecem, em sua essência, não ser passíveis de classificação — cada um deles era diferente dos outros. Os cientistas podiam desconfiar que tinham propriedades comuns, mas quando chegava o momento de tomar medidas e fazer cálculos, cada sistema não-linear era um mundo em si. O entendimento de um deles parecia não oferece ajuda para que se entendesse o seguinte. Um atrator como o de Lorenz ilustrava a estabilidade e a estrutura oculta de um sistema que, sem isso, parecia não ter padrões. Mas como essa espiral dupla peculiar podia ajudar os pesquisadores que investigavam sistemas não correlatos? Ninguém sabia.

Mas então a animação foi além da ciência pura. Cientistas que viam essas formas permitiam-se esquecer momentaneamente as regras do discurso científico. Ruelle, por exemplo: "Nunca falei do encanto estético dos atratores estranhos. Esses sistemas de curvas, essas nuvens de pontos, lembram por vezes fogos de artifício ou galáxias, outras vezes estranhas e inquietantes proliferações vegetais. Há um reino a ser explorado nessas formas, e harmonias a serem descobertas."[39]

Notas

1. Ruelle, Hénon, Rössler, Sinai, Feigenbaum, Mandelbrot, Ford, Kraichnan. Há muitas perspectivas sobre o contexto histórico da turbulência vista pelo atrator estranho. Uma introdução boa é encontrada em John Miles, "Strange Attrac-